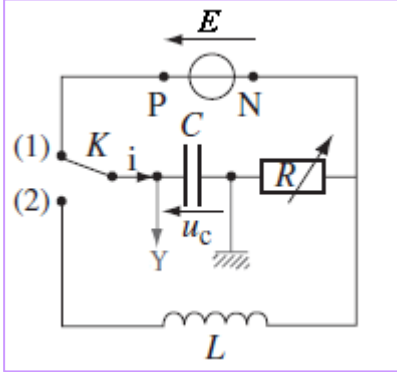


التذبذبات الحرة في دائرة (RLC) متوالية

I. تفريغ مكثف في وشيعة

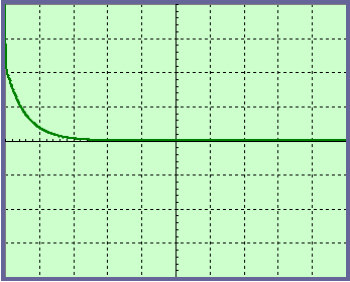
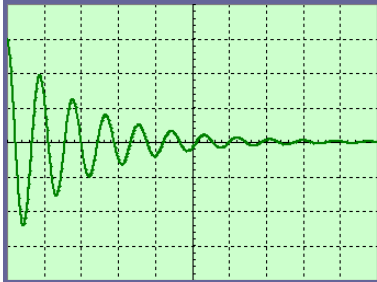
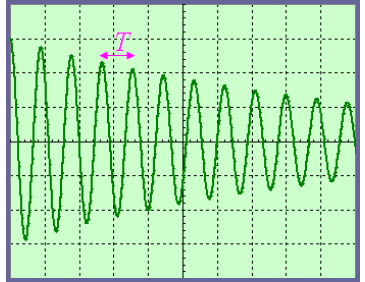
• التركيب التجريبي



بعد شحن المكثف يؤرجح قاطع التيار إلى الموضع 2 .
يمكن راسم تذبذب ذو ذاكرة، أو حاسوب، من معاينة تغيرات التوتر بين مربطي المكثف خلال التفريغ.

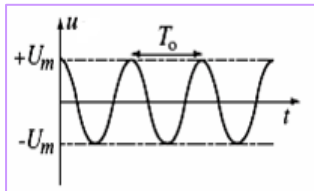
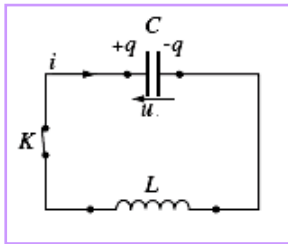
• أنظمة التذبذبات الحرة

حسب قيمة المقاومة المكافئة R للدائرة يمكن مشاهدة نظامين للتفريغ:

| نظام لادوري | نظام شبه دوري | |
|--|--|--|
| R مرتفعة | R ضعيفة | R ضعيفة جدا |
|  |  |  |
| يقع تفريغ المكثف بدون تذبذب: ينعدم التوتر تدريجيا بدون تغير في الإشارة. يتعلق الأمر بنظام لا دوري. | يكون تفريغ المكثف مصحوبا بتذبذبات حرة و مخمدة : وسعها يتناقص مع الزمن. يتعلق الأمر بنظام شبه دوري. T يسمى شبه الدور. | |

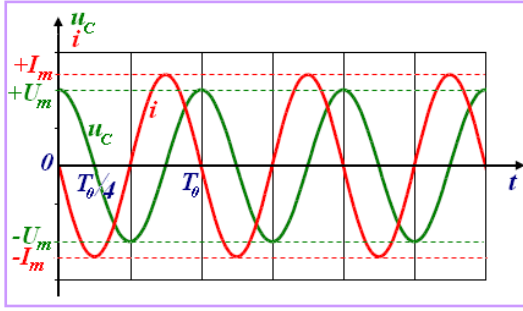
يوجد نظام حدي يفصل بين النظامين شبه الدوري و اللادوري و يسمى النظام الحرج. يتميز هذا النظام بأقل مدة يستغرقها التوتر بين مربطي المكثف لينعدم.

II. الدراسة النظرية لدائرة (LC)



| | |
|---|---|
| $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot u = 0$ | المعادلة التفاضلية |
| $u = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ | التوتر بين مربطي المكثف (حل المعادلة التفاضلية) |
| $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ | الدور الخاص |
| $q = CU_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ | شحنة المكثف |
| $i = -\frac{2\pi}{T_0} CU_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ | شدة التيار |

الخاصية الدارة المثالية (LC) متذبذب كهربائي حر تذبذباته جيبية تشكل نظاما دوريا.



بين شدة التيار و التوتر بين مبرطي المكثف فرق في الطور يساوي $\pi/2$: نقول أنهما على تربع في الطور: عندما ينعدم أحدهما يأخذ الآخر قيمته القصوى أو الدنيا.

III. التبادلات الطاقية

• الطاقات

| | |
|---|---------------|
| $E_e = \frac{1}{2}Cu^2$ | طاقة المكثف |
| $E_m = \frac{1}{2}Li^2$ | طاقة الوشيجة |
| $E = \frac{1}{2}Cu^2 + \frac{1}{2}Li^2$ | الطاقة الكلية |

• التبادل الطاقى

في دائرة (RLC)

- تغير الطاقة خلال مدة dt أي مشتقتها بالنسبة للزمن:

$$\frac{dE}{dt} = Cu \frac{du}{dt} + Li \frac{di}{dt} = (u + L \frac{di}{dt})i$$

- و باعتبار المعادلة التفاضلية لدائرة (RLC):

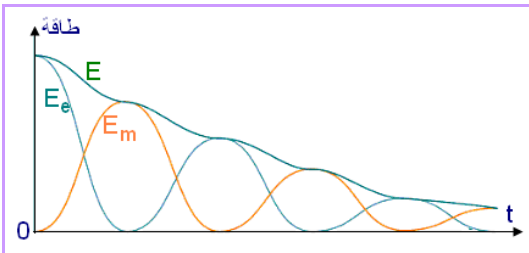
$$u + L \frac{di}{dt} + Ri = 0$$

$$\frac{dE}{dt} = - Ri^2$$

نستنتج ما يلي:

تتناقص طاقة الدائرة (RLC) مع الزمن تدريجيا.

تتبدد الطاقة بمفعول جول خلال التبادل الطاقى الحاصل بين المكثف و الوشيجة:



في دائرة (LC)

الطاقة الكلية هي:

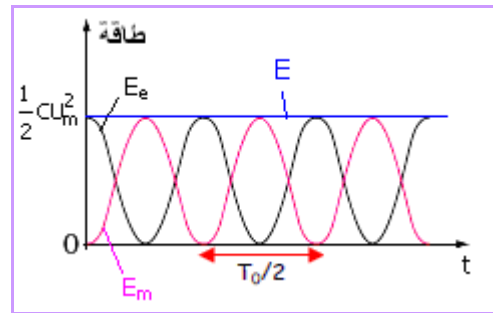
$$E = \frac{1}{2}CU_m^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) + \frac{1}{2}L \frac{4\pi^2}{T_0^2} C^2 U_m^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

$$E = \frac{1}{2}CU_m^2 = \frac{1}{2}LI_m^2 = Cte$$

$$(I_m = \frac{2\pi}{T_0}CU_m \text{ بوضع})$$

طاقة الدائرة (LC) ثابتة و تساوي الطاقة البدئية للمكثف.

خلال التذبذبات يحدث تبادل طاقي بين المكثف و الوشيجة حيث تتحول الطاقة الكهرساكنة إلى طاقة مغنطيسية أو العكس دون تبدد في الطاقة:



من خلال المخطط الطاقوي لدائرة (LC) يمكن ملاحظة أن الطاقة المخزونة في كل من المكثف و الوشيجة تتغيران دوريا بدور يساوي نصف الدور الخاص T_0 للتذبذبات: خلال دور T_0 يفرغ المكثف مرتين و يشحن مرتين.

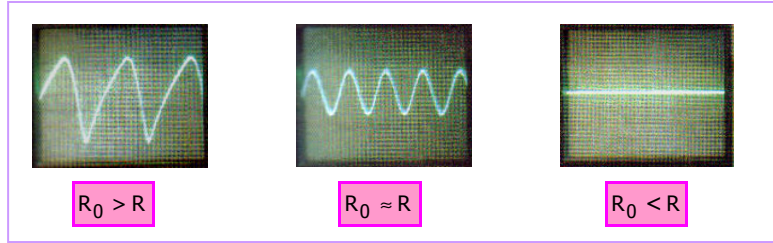
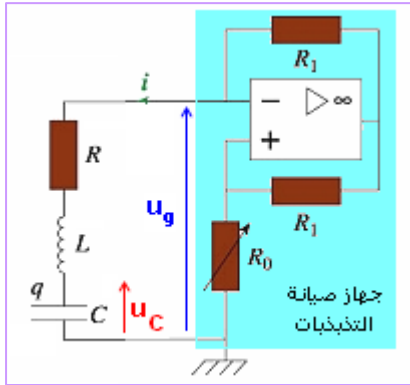
IV. صيانة التذبذبات الحرة في دائرة (RLC)

• مبدأ الصيانة

لصيانة التذبذبات الحرة في دائرة RLC ينبغي تعويض الطاقة المبددة بمفعول جول. و يتم ذلك باستعمال مولد يطبق توترا متناسبا مع شدة التيار: $u_g = R_0 i$

• التركيب التجريبي

على شاشة راسم التذبذب تعان تغيرات التوتر بين مربطي المكثف، و بتغيير قيمة R_0 يمكن معاينة 3 حالات:



تتحقق صيانة التذبذبات في الحالة $R_0 \approx R$

• تفسير

بتطبيق قانون إضافية التوترات:

$$u_R + u_L + u_C = u_g$$

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{R-R_0}{L} \cdot \frac{du}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot u = 0$$

نستنتج المعادلة التفاضلية للدائرة هي:

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot u = 0$$

في الحالة $R_0 = R$ تصير هذه المعادلة كالتالي:

و هي المعادلة التفاضلية لدائرة LC .

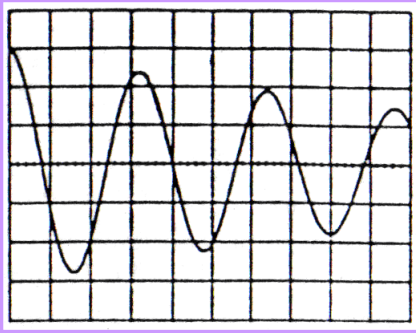
في هذه الحالة يتصرف التركيب كدائرة (LC): تذبذباتها جيبيه.

تمارين

ذ.توزان

تمرين 1

- 1- تتكون دائرة متوالية من مكثف سعته $C = 2 \mu F$ مشحون بدئا و وشيعة معاملها للتحريض $L = 0,5 H$ و مقاومتها نفترضها منعدمة، في اللحظة $t = 0$ حيث التوتر بين مربطي المكثف يساوي $U_0 = 6 V$ يغلق قاطع التيار و تعين بواسطة راسم تذبذب ذي ذاكرة تغيرات التوتر بين مربطي المكثف.
- أ- مثل شكل الرسم التذبذبي المعايين و اذكر نوع النظام.
ب- أحسب الدور الخاص و التردد الخاص للدائرة.
2- نعتبر الدائرة المذكورة سابقا(السؤال 1).
أ- باعتبار انحفاظ الطاقة الكلية للدائرة اوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف.
ب- أكتب المعادلة الزمنية التي تعبر عن تغيرات التوتر بين مربطي المكثف بدلالة الزمن.
3- يشحن مكثف سعته $C = 0,5 \mu F$ تحت توتر $E = 6 V$ ثم بعد ذلك يتم تفريغه عبر وشيعة. بواسطة راسم تذبذب ذي ذاكرة يعاين الرسم التذبذبي التالي الذي يمثل تغيرات التوتر بين مربطي المكثف.
- أ- ما هو نظام التذبذبات المعايين؟
ب- حدد شبه الدور T .
ت- باعتبار $T = T_0$ استنتج قيمة L معامل التحريض للوشيعة.
ث- أحسب النسبة المئوية للطاقة المبددة خلال الدور الأول.

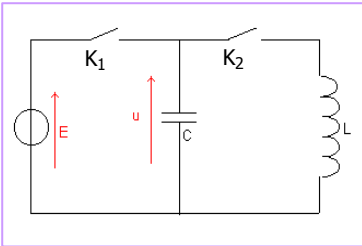


الكسح الأفقي: 0,1 ms/div
الحساسية الرأسية: 2 V/div

تمرين 2

تنجز الدائرة الممثلة في الشكل جانبه حيث المكثف سعته $C = 0,4 \mu F$ و الو وشيعة معاملها للتحريض $L = 0,8 H$ و مقاومتها نفترضها منعدمة. يطبق المولد توترا ثابتا $E = 12 V$.

- 1- بينما قاطع التيار K_2 يبقى مفتوحا يغلق قاطع التيار K_1 و بعد مدة كافية لشحن المكثف يفتح.
- أ- أحسب الشحنة القصوى للمكثف.
ب- أحسب الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف.
2- في اللحظة $t = 0$ يفتح K_1 و يغلق K_2 .
- أ- حدد في هذه اللحظة القيمة u_0 للتوتر بين مربطي المكثف و القيمة i_0 لشدة التيار المار في الدارة LC .



ب- بين أن التوتر u بين مربطي المكثف يحقق المعادلة التفاضلية التالية: $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot u = 0$

ج- تحقق من أن حل هذه المعادلة يكتب على الشكل التالي: $u = U_m \cos(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi)$ و أحسب الثابتات

U_m و T_0 و φ .

- د- أكتب المعادلتين الزميتين $q(t)$ لشحنة المكثف و $i(t)$ لشدة التيار ثم مثلهما في نفس الميادين.
ه- بين أن الطاقة الكلية للدارة LC ثابتة و حدد قيمتها.

تمرين 3

ينجز التركيب الممثل في الشكل جانبه. بعد شحن المكثف يؤرجح المبدل إلى الموضع 2 في اللحظة $t = 0$.

يمكن نظام معلوماتي ملائم من تسجيل تغيرات كل من الطاقة E_C المخزونة في المكثف و الطاقة E_L المخزونة في الوشيعة. فيحصل على الميادين التالي.

1- عبر عن E_C و E_L بدلالة u_C و i و C و L .

2- باعتبار الشروط البدئية تعرف على المنحنى الممثل لكل نوع من الطاقة معللا جوابك.

3- بمقارنة التطورات الزمنية للطاقتين E_C و E_L صف ما يحدث بين المكثف و الوشيعة.

4- علل تناقص الطاقة الكلية للدائرة.

5- أحسب الطاقة المبددة بمفعول جول بعد 8 ms من بداية تفريغ المكثف.

