إمتحانات وطنية الخاصة بالرياضيات

من 2002 إلى 2018

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
أكاديمية المحمدية

1	
2	عدد الصفحات

امتحانات البكالوريا
دورة فبراير 2002

المادة
الرياضيات

الشعبة: **العلوم التجريبية**

المستوى	مدة الإنجاز	المعامل
الثالثة ثانوي	ساعتان ونصف	7

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

التمرين الأول (4ن)

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_n$ المعرفة كما يلي : $U_0 = 1$ و $U_{n+1} = \frac{6+4U_n}{3+U_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I =]-1,+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{6+4x}{3+x}$

0.75ن 1- بين أن : $f(I) \subset I$

0.75ن 2- بين أن لكل عنصر n من $\mathbb{N}$ لدينا : $1 \leq U_n < 3$

0.75ن 3- أ – بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تزايدية واستنتج أنها متقاربة .

0.75ن ب – حدد نهاية المتتالية $(U_n)_n$.

4- لتكن $(V_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $V_n = \frac{-3+U_n}{2+U_n}$

0.5ن أ – بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية محددا أساسها .

0.5ن ب – اكتب U_n بدلالة n .

التمرين الثاني (3ن)

الفضاء منسوب لمعلم متعامد ممنظم . نعتبر المستوى (P) ذا المعادلة $x+2y+2z+3 = 0$

ونعتبر الفلكة (S) التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z - 20 = 0$

0.5ن 1- أ – حدد إحداثيات Ω مركز الفلكة (S) وحدد R شعاعها .

1ن ب - بين أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) في دائرة محددا مركزها H وشعاعها r .

2- ليكن (Q) المستوى المماس للفلكة (S) في النقطة $A(4,4,2)$.

0.5ن أ – اكتب معادلة ديكارتية للمستوى (Q) .

1ن ب – حدد مسافة النقطة Ω عن المستقيم (AH) .

التمرين الثالث (7.5ن)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x\left(x + \sqrt{x^2 + 3}\right)$

0.75ن 1- حدد نهاية الدالة f عند $+\infty$ ونهايتها عند $-\infty$.

1.5ن 2- أ - بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن: $f'(x) = \frac{\left(x+\sqrt{x^2 + 3}\right)^2}{\sqrt{x^2 + 3}}$ لكل x من $\mathbb{R}$

0.5ن ب – كون جدول تغيرات الدالة f .

3- ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم .

0.75ن أ – ادرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C) .

2ن ب – أنشئ المنحنى (C) مبرزا المماسين له في نقطتيه اللتين أفصولاها 0 و 1– على التوالي .

0.5ن 4- أ – بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال ينبغي تحديده .

0.75ن ب – حدد العدد المشتق للدالة f^{-1} في 3 .

0.75ن ج- أنشئ المنحنى الممثل للدالة f^{-1} في المعلم أعلاه .

التمرين الرابع (5.5ن)

في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ نعتبر المعادلة : $(E) : z^2 - 2\sqrt{3}(1+i)z + 8i = 0$

0.5ن 1- أ – تحقق أن مميز المعادلة (E) هو العدد $(2-2i)^2$.

1.25ن ب – ليكن z_0 حل المعادلة (E) الذي جزءه الحقيقي أصغر من جزئه التخيلي و z_1 الحل الثاني .

اكتب كلا من z_0 و z_1 على الشكل الجبري .

1.5ن 2- أ - اكتب العدد z_0^2 على الشكل المثلثي ثم حدد الشكل المثلثي للعدد z_0 .

1.25ن ب - حدد الشكل المثلثي للعدد z_1 .

1ن 3 – المستوى العقدي منسوب لمعلم متعامد ممنظم مباشر (O, e_1, e_2) .

نعتبر النقطة A التي لحقها $a = -1+\sqrt{3} - i(1+\sqrt{3})$

ونعتبر النقطة B التي لحقها $b = 1+\sqrt{3} - i(-1+\sqrt{3})$.

حدد قياسا للزاوية $(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AB})$.

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية

الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة الباكالوريا
دورة يونيو 2003
(الدورة العادية)

المـادة : الرياضيات
الشعبة : ع. تجريبية – ع. تجريبية أص. – ع. زراعية

المستوى : الثانية ثانوي

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول

1) باستعمال مكاملة بالأجزاء احسب التكامل $I=\int_1^2 \ln(x)dx$.

2) احسب التكامل $J=\int_0^{\ln 4} x\sqrt{e^x}dx$ (يمكنك وضع $t=\sqrt{e^x}$)

التمرين الثاني

يحتوي كيس على ست كرات بيضاء تحمل الأعداد 0 ، 0 ، 0 ، 1 ، 1 ، 2 وكرتين سوداوين تحملان العددية 0 ، 1 (لا يمكن التمييز بينها باللمس).
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس.

1) احسب احتمال كل من الحدثين :
A : " للكرتين المسحوبتين نفس اللون ".
B : " جداء العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين منعدم ".

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بمجموع العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين.
حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الثالث

ليكن m عددا عقديا معلوما معياره $\sqrt{2}$ وعمدته α ونعتبر في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة (E) :

$mz^2-2z+\overline{m}=0$ (نذكر أن $\overline{m}$ هو مرافق m و $|m|=\sqrt{m\overline{m}}$).

1) بين أن حلي المعادلة (E) هما : $z'=\frac{1+i}{m}$ و $z''=\frac{1-i}{m}$.

2) اكتب كلا من z' و z'' و $\frac{z'}{z''}$ على الشكل المثلثي.

3) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي z' و z'' و $z'+z''$.
بين أن الرباعي $OACB$ مربع.

التمرين الرابع

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم، نعتبر النقطة $A(2,0,2)$ و المستوى (P) ذا المعادلة $x+y-z-3=0$.

1) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من A والعمودي على المستوى (P).

2) حدد إحداثيات B نقطة المستقيم (D) والمستوى (P).

3) نعتبر الفلكة (S) التي مركزها A والتي تقطع المستوى (P) وفق الدائرة التي مركزها B وشعاعها 2 .
أ- حدد شعاع الفلكة (S).
ب- اكتب معادلة ديكارتية للفلكة (S).

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية

الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة الباكالوريا
دورة يونيو 2003
(الدورة العادية)

المـادة : الرياضيات
الشعبة : ع. تجريبية – ع. تجريبية أص. – ع. زراعية

المستوى : الثالثة ثانوي

مسألة

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\ln\left(1-x^3\right) & \text{إذا كان } x<0 \\ f(x)=4x\sqrt{x}-3x^2 & \text{إذا كان } x\geq 0 \end{cases}$$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

1) أ- بين أن الدالة f متصلة في النقطة 0 .

ب- بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق في النقطة 0 (نذكر بأن $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\ln(1+t)}{t}$).

2) بين أن الدالة f تناقصية على المجالين $]-\infty,0]$ و $[1,+\infty[$ وتزايدية على المجال $[0,1]$.

3) أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- تحقق من أنه لكل $x<0$ ، $\dfrac{f(x)}{x}=3\dfrac{\ln(-x)}{x}+\dfrac{\ln\left(1-x^{-3}\right)}{x}$.

ج- ادرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C).

4) أنشئ المنحنى (C).

5) ليكن h قصور الدالة f على المجال $]-\infty,0]$.

أ- بين أن h تقابل من المجال $]-\infty,0]$ نحو مجال J يجب تحديده.

ب- حدد $h^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

6) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0=\dfrac{4}{9}$ و $u_{n+1}=4u_n\sqrt{u_n}-3u_n^2$ لكل n من $\mathbb{N}$.

يمكنك فيما يلي استعمال نتائج دراسة الدالة f .

أ- بين بالترجع أن $\dfrac{4}{9}\leq u_n\leq 1$ لكل n من $\mathbb{N}$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) تزايدية.

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية

الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة الباكالوريا
دورة يونيو 2003
(الدورةالاستدراكية)

المـادة : الرياضيات
الشعبة : ع. تجريبية – ع. تجريبية أص. – ع. زراعية

المستوى : الثانية ثانوي

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر نعتبر المستوى (P) والفلكة (S) المعرفين على التوالي بالمعادلتين الديكارتيتين :

$$(P): x-2y+2z-2=0$$

$$(S): x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$$

1) حدد مركز وشعاع الفلكة (S)

2) بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S).

3) حدد نقطة تماس المستوى (P) والفلكة (S).

التمرين الثاني

1) احسب التكامل $I=\int_{\frac{1}{e}}^{e}\frac{1}{x}\left|\ln(x)\right|dx$.

2) أ- أوجد العددين a و b بحيث يكون $\frac{2t}{1+t}=a+\frac{b}{1+t}$ لكل عدد حقيقي t يخالف -1 .

ب- احسب التكامل $J=\int_{2}^{7}\frac{1}{1+\sqrt{2+x}}dx$ (يمكن وضع $t=\sqrt{2+x}$).

التمرين الثالث

يحتوي كيس على 6 كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس، وتحمل الأعداد : 2- و 1- و 0 و1 و 1 و2 .
نعتبر الاختبار التالي : نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس.

1) نعتبر، بعد القيام بها الاختبار، الحدثين التاليين :
A : " من بين الكرات المسحوبة، توجد كرة على الأقل تحمل العدد 1 ".
S : " مجموع الأعداد المكتوبة على الكرات المسحوبة منعدم ".
أ- احسب احتمال الحدث A .

ب- بين أن احتمال الحدث S يساوي $\frac{1}{5}$.

2) نكرر الاختبار السابق أربع مرات (نعيد في كل مرة الكرات المسحوبة إلى الكيس).
ماهو احتمال الحصول على الحدث S ثلاث مرات بالضبط ؟

التمرين الرابع

1) أ- اكتب على الشكل الجبري العدد العقدي $(4+i)^2$.

ب- حل في مجموعة الأعداد العقدية، المعادلة $z^2+(2-3i)z-5(1+i)=0$

2) نعتبر في المستوى العقدي النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي $a=1+2i$ و $b=-3+i$ و $c=6i$.

أ- اكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $\frac{c-a}{b-a}$.

ب- استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية.

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية

الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة الباكالوريا
دورة يونيو 2003
(الدورة الاستدراكية)

المـادة : الرياضيات
الشعبة : ع. تجريبية – ع. تجريبية أص. – ع. زراعية

المستوى : الثانية ثانوي

مسألة

الجزء الأول

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x-2\sqrt{x}+2$.

1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.
2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في النقطة 0 .
3) بين أن الدالة f تناقصية على المجال $[0,1]$ وتزايدية على المجال $[1,+\infty[$.

الجزء الثاني

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1) بين بالترجع أن $1\le u_n\le 2$ لكل n من $\mathbb{N}$.
2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية.
3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.

الجزء الثالث

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي: $g(x)=\ln\left(x-2\sqrt{x}+2\right)$ ($\ln$ هي دالة الوغاريتم النبيري).

وليكن (C) هو المنحنى الممثل للدالة g في معلم متعامد ممنظم.

1) أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب- ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C).

2) ادرس تغيرات الدالة g (نقبل أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\dfrac{g(x)-g(0)}{x}$).
3) أنشئ المنحنى (C).
4) لتكن h قصور الدالة g على المجال $[1,+\infty[$.

أ- بين أن h تقابل من المجال $[1,+\infty[$ نحو مجال J يجب تحديده.

ب- حدد $h^{-1}(x)$ لكل x من المجال J.

التمرين الأول : (2,5 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{u_n^3}{3u_n^2+1} \quad ; \quad (\forall n\in\mathbb{N}) \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

0,50 ن	1	أ	بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N})$; $u_n > 0$
0,50 ن	1	ب	بين أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية .
0,25 ن	1	ج	استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة .
0,50 ن	2	أ	بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N})$; $u_{n+1} < \frac{1}{3}u_n$
0,75 ن	2	ب	استنتج أن : $(\forall n\in\mathbb{N})$; $u_n < \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ثم أحسب النهاية : $\lim\limits_{n\infty} u_n$

التمرين الثاني : (3,5 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(1,2,-2)$ و $B(0,3,-3)$ و $C(1,1,-2)$ و المستوى $(\mathcal{P})$ الذي معادلته : $(\mathcal{P})$: $x+y-3=0$

0,50 ن	1	أ	أحسب مسافة النقطة $\Omega(0,1,-1)$ عن المستوى $(\mathcal{P})$.
1,00 ن	1	ب	استنتج أن $x^2+y^2+z^2-2y+2z=0$ معادلة ديكارتية للفلكة $(\mathcal{S})$ التي مركزها $\Omega(0,1,-1)$ و المماسة للمستوى $(\mathcal{P})$.
0,75 ن	2	أ	حدد $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية.
0,50 ن	2	ب	بين أن : $x-z-3=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .
0,25 ن	3	أ	تحقق من أن الفلكة $(\mathcal{S})$ مماسة للمستوى (ABC) .
0,50 ن	3	ب	أحسب المسافة ΩC و استنتج نقطة تماس الفلكة $(\mathcal{S})$ و المستوى (ABC) .

التمرين الثالث : (3,0 ن)

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $(E) : 2z^2-2iz-1=0$

0,75 ن	1	أ	حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) (z_1 و z_2 هما حلا المعادلة بحيث : $\Re e(z_1)>0$)
0,50 ن	1	ب	أكتب الحلين z_1 و z_2 على الشكل المثلثي.
	2		في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2})$ نعتبر النقط A و B و S التي ألحاقها هي على التوالي: $a=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$ و $b=\frac{-1}{2}+\frac{1}{2}i$ و $s=i$
0,75 ن	2	أ	أكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي : $\frac{a-s}{b-s}$
0,50 ن	2	ب	استنتج أن المثلث SAB متساوي الساقين و قائم الزاوية في S .
0,50 ن	2	ج	بين أن الرباعي $OASB$ مربع.

التمرين الرابع : (3,0 ن)

يحتوي كيس $\mathcal{U}_1$ على بيدقتين تحملان الرقم 1 و على أربع بيدقات تحمل الرقم 2 (و لا يمكن التمييز بينها باللمس) .

و يحتوي كيس $\mathcal{U}_2$ على ثلاث كرات حمراء و أربع كرات خضراء (لا يمكن التمييز بينها باللمس)
نسحب عشوائيا بيدقة واحدة من الكيس $\mathcal{U}_1$.

1,00 ن | 1 | أحسب احتمال كل من الحدثين التاليين :

A : " البيدقة المسحوبة تحمل الرقم 1 "

B : " البيدقة المسحوبة تحمل الرقم 2 "

2 | نعتبر في هذا السؤال التجربة العشوائية التالية : " نسحب بيدقة واحدة من الكيس $\mathcal{U}_1$ و نسجل رقمها. إذا كان هذا الرقم 1 نقوم بسحب كرة واحدة من الكيس $\mathcal{U}_2$ و إذا كان 2 نسحب كرتين في آن واحد من $\mathcal{U}_2$.

ليكن n عدد الكرات الحمراء المسحوبة من الكيس $\mathcal{U}_2$
و E_n الحدث : " الحصول بالضبط على n كرة حمراء ".

1,50 ن | 2 | أ | بين أن : $p(E_1)=\frac{11}{21}$ و $p(E_2)=\frac{2}{21}$.

0,50 ن | 2 | ب | أحسب احتمال الحدث A علما أن الحدث E_1 محقق.

التمرين الخامس : (8,0ن)

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=\ln(x^2-2x+2)$

0,25 ن | 1 | أ | تحقق من أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R})$: $x^2-2x+2=(x-1)^2+1$

0,75 ن | 1 | ب | استنتج أن f معرفة على $\mathbb{R}$ ثم أحسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

0,50 ن | 2 | بين أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R})$: $f(2-x)=f(x)$ ثم استنتج أن المستقيم الذي معادلته $x=1$ محور تماثل للمنحنى $(\mathscr{C})$.

0,50 ن | 3 | أ | تحقق من أن : $\forall\, x\,\epsilon[1;+\infty[\ ;\ f(x)=2\ln x+\ln\left(1-\frac{2}{x}+\frac{2}{x^2}\right)$

0,50 ن | 3 | ب | استنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$ ثم أول هندسيا هذه النتيجة .

1,00 ن | 4 | بين أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R})\ ;\ f'(x)=\frac{2(x-1)}{(x-1)^2+1}$ إعط جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

1,00 ن | 5 | بين أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R})\ ;\ f''(x)=\frac{2x(2-x)}{[(x-1)^2+1]^2}$ أدرس تقعر المنحنى $(\mathscr{C})$

0,75 ن | 6 | أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$.

7 | ليكن h قصور الدالة f على المجال $]-\infty;1]$

0,50 ن | 7 | أ | بين أن h تقابل من المجال $]-\infty,1]$ نحو مجال J يتم تحديده.

0,50 ن | 7 | ب | حدد : $h^{-1}(y)$ لكل y من J

0,50 ن | 8 | أ | بوضع $t=x-1$ بين أن : $\int_0^1 f(x)\,dx=\int_{-1}^0 \ln(1+t^2)\,dt$

0,50 ن | 8 | ب | باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_{-1}^0 \ln(1+t^2)\,dt=\ln 2-2\int_{-1}^0\frac{t^2}{1+t^2}\,dt$

0,50 ن | 8 | ج | بين أن : $\int_{-1}^0\frac{t^2}{1+t^2}\,dt=\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$ (لاحظ أن : $(\forall t\epsilon\mathbb{R})\ ;\ \frac{t^2}{1+t^2}=1-\frac{1}{1+t^2}$)

0,25 ن | 8 | د | استنتج مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C})$ و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي : $x=-1$ و $x=0$.

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الإمتحانات

الإمتحـــــان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريـــــا الدورة العـــــادية 2005	مـــادة الريـــــاضيات العلوم التجـــــريبية بمسالكها العلوم التكنولوجـــية بمسلكيها مدة الانجـاز 3h ـ المعامل 7

التمرين الأول : (4,5 ن)

1,00 ن | 1 | حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2 - 2(1+2i)z + 1 + 4i = 0$

1,00 ن | 2 | بين أن : $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^{12} = 1$

1,00 ن | 3 | باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_1^e x^2 \ln x \, dx = \frac{2e^3+1}{9}$

1,50 ن | 4 | بين أن : $\int_2^4 \frac{dx}{x\sqrt{x-1}} = \frac{\pi}{6}$ (يمكن استعمال $t = \sqrt{x-1}$) .

التمرين الثاني : (2,5 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم الفلكة $(\mathcal{S})$
التي معادلتها : $(\mathcal{S}) : (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$
و المستوى $(\mathcal{P})$ الذي معادلته : $(\mathcal{P}) : x + y - 3 = 0$.

1,00 ن | 1 | بين أن المستوى $(\mathcal{P})$ مماس للفلكة $(\mathcal{S})$.

1,50 ن | 2 | حدد مثلوث إحداثيات نقطة تماس المستوى $(\mathcal{P})$ و الفلكة $(\mathcal{S})$.

التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي صندوق على ثلاث كرات بيضاء و سبع كرات سوداء (لا يمكن التمييز بينها باللمس)
نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الصندوق ، ليكن A و B الحدثين التاليين :
A : " الكرتان المسحوبتان لونهما أسود " .
B : " من بين الكرتين المسحوبتين توجد على الأقل كرة لونها أبيض " .

1,25 ن | 1 | بين أن احتمال الحدث A يساوي $\frac{7}{15}$ و أن احتمال الحدث B يساوي $\frac{8}{15}$.

| 2 | نعتبر التجربة العشوائية التالية : ' نسحب كرة واحدة من الصندوق ، إذا كانت بيضاء نتوقف عن السحب و إذا كانت سوداء نضعها جانبا ثم نسحب كرة ثانية و أخيرة من الصندوق' .
ليكن C و D الحدثين التاليين :
C : " الحصول على كرة بيضاء في السحبة الأولى " .
D : " الحصول على كرة بيضاء " .

0,75 ن | 2 | أ | أحسب احتمال الحدث C .

1,00 ن | 2 | ب | بين أن احتمال الحدث D يساوي $\frac{8}{15}$.

التمرين الرابع : (10 ن)

I نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على المجال $]0\ ;\ +\infty[$ بما يلي :

$g(x) = x - 1 - \ln x$ و $h(x) = x + (x-2)\ln x$

0,75 ن **I** **1** أ أحسب $g'(x)$ لكل x من المجال $]0\ ;\ +\infty[$ ثم أدرس منحنى تغيرات الدالة g .

0,25 ن **I** **1** ب إستنتج أن $g(x) \geq 0$ لكل x من المجال $]0\ ;\ +\infty[$.

0,50 ن **I** **2** أ بين أن : $h(x) = 1 + g(x) + (x-1)\ln x$; $(\forall\, x \in]0\ ;\ +\infty[)$.

0,50 ن **I** **2** ب بين أن : $(x-1)\ln x \geq 0$; $(\forall\, x \in]0\ ;\ +\infty[)$.

0,50 ن **I** **3** استنتج أن : $h(x) > 0$; $(\forall\, x \in]0\ ;\ +\infty[)$.

II نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0\ ;\ +\infty[$ بما يلي : $f(x) = 1 + x\,lnx - (\ln x)^2$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم .

0,50 ن **II** **1** أ أحسب النهاية : $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ثم أول النتيجة مبيانيا .

1,00 ن **II** **1** ب أحسب النهاية : $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ ثم حدد الفرع اللانهائي للمنحنى $(\mathscr{C})$ بجوار $+\infty$.

(لاحظ أن : $f(x) = 1 + x\ln x\left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$)

0,50 ن **II** **2** أ بين أن : $f'(x) = \frac{h(x)}{x}$; $(\forall\, x \in]0\ ;\ +\infty[)$.

0,25 ن **II** **2** ب استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال $]0\ ;\ +\infty[$.

II **3** ليكن (Δ) المستقيم المماس للمنحنى $(\mathscr{C})$ في النقطة $A(1\ ,\ 1)$

0,50 ن **II** **3** أ بين أن $y = x$ معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) .

0,50 ن **II** **3** ب تحقق من أن : $f(x) - x = (\ln x - 1)g(x)$; $(\forall\, x \in]0\ ;\ +\infty[)$.

1,00 ن **II** **3** ج أدرس إشارة $f(x) - x$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى $(\mathscr{C})$ و المستقيم (Δ) .

0,75 ن **II** **4** أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$ و المستقيم (Δ) في نفس المعلم .

(نقبل أن للمنحنى نقطة انعطاف أفصولها محصور بين 1 و 1,5).

III نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_{n+1} = f(u_n) \ ;\ \forall n\in\mathbb{N} \\ u_0 = \sqrt{e} \end{cases}$

0,50 ن **III** **1** بين بالترجع أن : $1 \leq u_n \leq e$; $(\forall n\in\mathbb{N})$

1,00 ن **III** **2** بين أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية (يمكنك استعمال نتيجة السؤال **II** **3** **ج**)

1,00 ن **III** **3** استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة ثم أحسب نهايتها .

التمرين الأول : (4,0 ن)

1,00 ن **1** حل المعادلة التفاضلية : $(H) \ : \ y'' + y' - 6y = 0$

1,00 ن **2** أكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي : $z = \dfrac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i}$

1,00 ن **3** باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) \cdot \ln(1 + \cos x)\, dx = \frac{\pi}{2} - 1$

(نذكر أن : $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$)

نضع : $(\forall n \epsilon \mathbb{N}^*) \ ; \ u_n = n + \left(\frac{1}{3}\right)^n$.

1,00 ن **4** أحسب بدلالة n المجموع S_n التالي : $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

التمرين الثاني : (2,0 ن)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم، نعتبر المستوى $(\mathcal{P})$ الذي معادلته $x - z + 1 = 0$ و الفلكة $(\mathcal{S})$ التي مركزها $\Omega(1,0,0)$ و شعاعها $R = 2$.

0,50 ن **1** بين أن $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{S})$ يتقاطعان وفق دائرة (Γ) .

1,50 ن **2** حدد مركز و شعاع الدائرة (Γ) .

التمرين الثالث : (2,5 ن)

0,25 ن **1** أكتب على الشكل الجبري العدد العقدي $(1 - i)^2$.

0,75 ن **2** حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 2(1 + 2i)z - (3 - 6i)$.

1,50 ن **3** نعتبر في المستوى العقدي النقطتين $A(3i)$ و $B(2 + i)$ ، حدد ثم أنشئ (D) مجموعة النقط $M(z)$ التي تحقق : $|z - 3i| = |z - 2 - i|$.

التمرين الرابع : (3,5 ن)

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء و كرتين سوداوين لا يمكن التمييز بينها باللمس.

0,50 ن **1** نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس ، ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء.

1,00 ن **2** نسحب عشوائيا بالتتابع و بإحلال 5 كرات من الكيس ، ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء مرتين بالضبط.

3 نسحب عشوائيا بالتتابع و بإحلال n كرة من الكيس.

1,00 ن **3** **أ** بين أن احتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل هو : $p = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n$

1,00 ن **3** **ب** ما هو العدد الأدنى من السحبات التي من أجلها $p \geq 0{,}999$.

التمرين الخامس : (8,0ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0\,;2[$ بما يلي : $f(x)=\ln\left(\frac{x}{2-x}\right)$

و ليكن $(\mathscr{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

1,00 ن | 1 | أ | أحسب النهايتين التاليتين : $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$.

0,75 ن | 1 | ب | بين أن : $(\forall\, x\in\,]0;2[\,)\;;\; f'(x)=\frac{2}{x(2-x)}$

0,50 ن | 1 | ج | إعط جدول تغيرات الدالة f .

0,50 ن | 2 | أ | بين أن النقطة $A(1,0)$ مركز تماثل للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$

0,50 ن | 2 | ب | أكتب معادلة ديكارتية للمماس (D) للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ في النقطة $A(1,0)$.

| 3 | نضع : $\forall\, x\in\,]0,2[\;;\; \psi(x)=f(x)-x$

0,50 ن | 3 | أ | بين أن : $\psi\left(\frac{3}{2}\right)<0$ و $\psi\left(\frac{7}{4}\right)>0$ نأخذ : $\ln 3\approx 1{,}1$ و $\ln 7\approx 1{,}94$

0,75 ن | 3 | ب | استنتج أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا α بحيث : $\frac{3}{2}<\alpha<\frac{7}{4}$ و أول النتيجة مبيانيا.

0,50 ن | 4 | أ | بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} .

0,50 ن | 4 | ب | بين أن : $(\forall y\in\mathbb{R})\;;\; f^{-1}(y)=\frac{2e^y}{1+e^y}$

1,00 ن | 5 | أنشئ في نفس المعلم المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ و المنحنى $(\mathscr{C}_{f^{-1}})$ الممثل للدالة f^{-1} .

0,50 ن | 6 | أ | أحسب التكامل التالي : $\int_0^{\alpha}\left(\frac{e^x}{1+e^x}\right)dx$

1,00 ن | 6 | ب | أحسب مساحة الحيز من المستوى المحصور بين المنحنيين $(\mathscr{C}_f)$ و $(\mathscr{C}_{f^{-1}})$ و محوري المعلم .

الامتحـــــان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريـــــــا
الدورة العـــــــادية 2006

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي
و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الامتحانات

مـــادة الريـــــــاضيات
العلوم التجـــــريبية بمسالكها
العلوم التكنولوجـــية بمسلكيها
مدة الانجـاز 3h - المعامل 7

التمرين الأول : (2,0 ن)

0,75 ن | 1 | حل المعادلة التفاضلية : $y'' - 6y' + 9y = 0$

| 2 | نعتبر المعادلة التفاضلية التالية : $(E) \ : \ y'' - 6y' + 9y = 2e^{3x}$

0,75 ن | 2 | أ | بين أن الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $u(x) = x^2e^{3x}$ هي حل خاص للمعادلة (E) .

0,50 ن | 2 | ب | إعط الحل العام للمعادلة (E) .

التمرين الثاني : (4,0 ن)

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 2\sqrt{3}(1+i)z + 8i = 0$

نرمز بـ z_1 و z_2 لحلي هذه المعادلة بحيث : $\Re e(z_1) > Re(z_2)$

0,75 ن | 1 | حدد z_1 و z_2 (لاحظ أن : $(1-i)^2 = -2i$)

1,00 ن | 2 | أ | بين أن : $z_1^2 = 4(\sqrt{3}+i)$ و $z_2 = i\overline{z_1}$.

0,25 ن | 2 | ب | أكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $4(\sqrt{3}+i)$.

1,00 ن | 2 | ج | استنتج الشكل المثلثي لكل من العددين : z_1 و z_2 .

1,00 ن | 3 | نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما : z_1 و z_2 .
أحسب $arg\left(\frac{z_2}{z_1}\right)$ ثم استنتج أن المثلث OAB متساوي الأضلاع.

التمرين الثالث : (4,0 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,-1,3)$ و المستوى $(\mathcal{P}) \ : \ x - y + 3z = 0$.

0,50 ن | 1 | أ | تحقق من أن : $\begin{cases} x = t \\ y = -t \quad (t\epsilon\mathbb{R}) \\ z = 3t \end{cases}$ تمثيل بارامتري للمستقيم (OA) .

0,75 ن | 1 | ب | حدد معادلة ديكارتية للمستوى (Q) العمودي على (OA) في النقطة A .

0,25 ن | 1 | ج | تحقق من أن $(\mathcal{P})$ يوازي (Q) .

| 2 | نعتبر الفلكة $(\mathcal{S})$ المماسة للمستوى (Q) في النقطة A و التي يقطعها المستوى $(\mathcal{P})$ وفق الدائرة (Γ) التي مركزها O و شعاعها $\sqrt{33}$.

0,75 ن | 2 | أ | بين أن $\Omega(a,b,c)$ مركز الفلكة $(\mathcal{S})$ ينتمي إلى (OA)
ثم استنتج أن : $b = -a$ و $c = 3a$.

1,25 ن | 2 | ب | بين أن : $\Omega A^2 - \Omega O^2 = 33$ ثم استنتج أن : $a - b + 3c = -11$.

0,50 ن | 2 | ج | استنتج إحداثيات Ω مركز الفلكة $(\mathcal{S})$ ثم بين أن شعاعها يساوي $2\sqrt{11}$.

التمرين الرابع : (10 ن)

I نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0\ ;\ +\infty[$ بما يلي : $g(x) = \ln(1+x) - x$

0,75 ن **I** **1** أ أحسب $g'(x)$ لكل x من المجال $[0\ ;\ +\infty[$.
ثم بين أن الدالة g تناقصية قطعا على المجال $[0\ ;\ +\infty[$.

0,25 ن **I** **1** ب استنتج أن : $\forall\, x \in [0\ ;\ +\infty[\ :\ g(x) \leq 0$.

0,50 ن **I** **2** بين أن : $\forall\, x \in]0\ ;\ +\infty[\ :\ 0 < \ln(1+x) < x$

II نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = x + \ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$

و $(\mathscr{C})$ هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

0,50 ن **II** **1** بين أن حيز تعريف الدالة f هو : $D =]-\infty\ ;\ -1[\ \cup\ ]1\ ;\ +\infty[$

0,50 ن **II** **2** أ بين أن f دالة فردية .

0,50 ن **II** **2** ب أحسب النهايتين التاليتين : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$.

0,75 ن **II** **3** أ بين أن : $(\forall x \epsilon D)\ ;\ f'(x) = \dfrac{x^2-3}{x^2-1}$

0,50 ن **II** **3** ب أدرس إشارة $\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ (يمكن ملاحظة : $(\forall x \epsilon D)\ ;\ \frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$)

0,25 ن **II** **4** استنتج الوضع النسبي للمنحنى $(\mathscr{C})$ و المستقيم $(\Delta)\ :\ y = x$.

1,00 ن **II** **5** أنشئ $(\mathscr{C})$ في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ $(\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1\ cm)$

1,25 ن **II** **6** أ بين أن : $\int_2^4 \ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right) dx = 5\ln 5 - 6\ln 3$ (استعمل المكاملة بالأجزاء)

0,50 ن **II** **6** ب استنتج بالوحدة cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C})$ و المستقيمات التي معادلاتها على التوالي : $x = 2$ و $x = 4$ و $y = x$.

III نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\geq 2}$ المعرفة بما يلي : $(\forall n \geq 2)\ ;\ u_n = f(n) - n$

0,25 ن **III** **1** أ تحقق من أن : $\forall\, n \in \mathbb{N}^*\backslash\{1\}\ ;\ u_n = \ln\left(1 + \dfrac{2}{n-1}\right)$

0,75 ن **III** **1** ب بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 2}$ تناقصية .

0,50 ن **III** **2** أ بين أن : $\forall\, n \in \mathbb{N}^*\backslash\{1\}\ ;\ 0 < u_n < \dfrac{2}{n-1}$ (استعمل نتيجة السؤال **I** **2**)

0,50 ن **III** **2** ب أحسب النهاية : $\lim\limits_{n\infty} u_n$

الامتحـــــان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريـــــــا
الدورة الاستدراكية 2006

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الامتحانات

مـــادة الريـــــــاضيات
العلوم التجـــــريبية بمسالكها
العلوم التكنولوجـــية بمسلكيها
مدة الانجـاز 3h ـ المعامل 7

التمرين الأول : (3,0 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$
النقط التالية : $A(1,2,-2)$ و $B(1,-1,1)$ و $C(2,1,-2)$.

0,75 ن | 1 | أ | حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

0,75 ن | 1 | ب | بين أن : $x+y+z-1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

| 2 | لتكن (S) الفلكة التي مركزها $\Omega(1,1,1)$ و شعاعها $R=\frac{2}{\sqrt{3}}$.

0,75 ن | 2 | أ | بين أن (ABC) مماس للفلكة (S) ثم حدد مثلوث إحداثيات H نقطة تماس (ABC) و (S) .

0,75 ن | 2 | ب | لتكن $M(a,b,c)$ نقطة من المستوى (ABC) بين أن : $a^2+b^2+c^2\geq\frac{1}{3}$

التمرين الثاني : (3,0 ن)

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases}\forall n\in\mathbb{N}\ :\ u_{n+2}=\frac{2}{5}u_{n+1}-\frac{1}{25}u_n\\ u_0=0\quad\text{و}\quad u_1=1\end{cases}$$

نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n=u_{n+1}-\frac{1}{5}u_n$ و $w_n=5^n u_n$.

0,75 ن | 1 | بين أن المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ ثم أكتب v_n بدلالة n .

0,25 ن | 2 | أ | بين أن المتتالية $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ حسابية أساسها 5 .

0,50 ن | 2 | ب | أكتب w_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

0,75 ن | 3 | أ | بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ ;\ 0<u_{n+1}<\frac{2}{5}u_n$

0,75 ن | 3 | ب | استنتج أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ ;\ 0<u_n<\left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$ ثم أحسب النهاية : $\lim\limits_{n\infty}u_n$

التمرين الثالث : (3,0 ن)

يحتوي كيس $\mathcal{U}_1$ على 5 بيدقات : ثلاث منها تحمل الرقم 2 و بيدقتان تحملان الرقم 3 . و يحتوي كيس ثاني $\mathcal{U}_2$ على 5 بيدقات : ثلاث منها بيضاء و اثنتان حمراوين (لا يمكن التمييز بينها باللمس) نسحب عشوائيا بيدقة واحدة من الكيس $\mathcal{U}_1$ و نسجل رقمها ثم نسحب عشوائيا و في آن واحد n بيدقة من الكيس $\mathcal{U}_2$ بحيث n هو الرقم الذي تحمله البيدقة المسحوبة من الكيس $\mathcal{U}_1$.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد البيدقات الحمراء المسحوبة .

2,75 ن | 1 | حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

0,25 ن | 2 | أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

التمرين الرابع : (3,0 ن)

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 + 2z + 1 + i = 0$
نرمز بـ z_1 و z_2 لحلي هذه المعادلة بحيث : $\mathfrak{Im}(z_1) > 0$.

0,75 ن | 1 | حدد z_1 و z_2 (لاحظ أن : $(1-i)^2 = -2i$)

| 2 | نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ النقط A و B و M_1 و M_2 التي ألحاقها على التوالي : -1 و $\frac{-\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ و z_1 و z_2 .

0,50 ن | 2 | أ | أكتب العدد العقدي $\frac{-\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ على الشكل المثلثي .

0,75 ن | 2 | ب | تحقق من أن : $\overrightarrow{AM_1} = \overrightarrow{OB}$ و أن A منتصف القطعة $[M_1M_2]$ ثم أنشئ : A و B و M_1 و M_2

1,00 ن | 2 | ج | استنتج أن الرباعي $AOBM_1$ معين ثم استنتج أن : $\arg(z_1) \equiv \frac{7\pi}{8}[2\pi]$

التمرين الخامس : (8 ن)

| I | نعتبر المعادلة التفاضلية التالية : $(E) : \ y'' - 2y' + y = x - 1$.

0,75 ن | I | 1 | حل المعادلة التفاضلية : $y'' - 2y' + y = 0$

0,25 ن | I | 2 | أ | أوجد حلا خاصا للمعادلة (E) من النوع : $y_p : x \to ax + b$

0,25 ن | I | 2 | ب | إعط الحل العام للمعادلة (E) .

0,50 ن | I | 2 | ج | حدد الحل h للمعادلة (E) الذي يحقق : $h(0) = 0$ و $h'(0) = 1$

| I | 3 | نعتبر الدالة g المعرفة على $[0 ; +\infty[$ بما يلي : $g(x) = (x-1)e^x + (x+1)$

0,75 ن | I | 3 | أ | أحسب $g'(x)$ لكل x من $[0 ; +\infty[$ ثم استنتج أن الدالة g تزايدية قطعا على $[0 ; +\infty[$.

0,25 ن | I | 3 | ب | بين أن : $\forall x \in [0 ; +\infty[\ ; \ g(x) \geq 0$ (لاحظ أن : $g(0) = 0$)

| II | نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بما يلي : $f(x) = \frac{xe^x}{(e^x-1)^2}$
و $(\mathscr{C})$ هو منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

0,50 ن | II | 1 | بين أن f دالة فردية .

0,75 ن | II | 2 | أ | أحسب $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ (نذكر أن : $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x}$) ثم أوّل النتيجة هندسيا .

0,50 ن | II | 2 | ب | بين أن : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ ثم أوّل النتيجة مبيانيا (لاحظ أن : $(\forall x \in \mathbb{R}^*) \ ; \ f(x) = \frac{x}{e^x(1-e^{-x})^2}$)

0,75 ن | II | 3 | أ | بين أن : $\forall x \in]0; +\infty[\ ; \ f'(x) = \frac{-e^x}{(e^x-1)^3} g(x)$

0,50 ن | II | 3 | ب | إعط جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0 ; +\infty[$.

0,50 ن | II | 4 | أرسم $(\mathscr{C})$.

0,50 ن | II | 5 | أ | بين أن : $\int_2^3 \frac{1}{t(1-t)} dt = 2\ln 2 - \ln 3$ (لاحظ أن : $\frac{1}{t(t-1)} = \frac{1}{t-1} - \frac{1}{t}$)

0,50 ن | II | 5 | ب | بوضع : $t = e^x$ بين أن : $\int_{\ln 2}^{\ln 3} f(t)\,dx = \int_2^3 \frac{\ln t}{(t-1)^2} dt$

0,50 ن | II | 6 | أ | باستعمال المكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_2^3 \frac{\ln t}{(t-1)^2} dt = 3\ln 2 - \frac{3}{2}\ln 3$

0,25 ن | II | 6 | ب | استنتج مساحة الحيز المحصور بين $(\mathscr{C})$ و محور الأفاصيل و المستقيمين : $x = \ln 2$ و $x = \ln 3$
نأخذ : $\ln 2 \approx 0,7$ و $\ln 3 \approx 1,1$.

الإمتحـــــان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريـــــــا
الدورة العـــــادية 2007

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي
و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الإمتحانات

مـــادة الريـــــــاضيات
العلوم التجـــــريبية بمسالكها
العلوم التكنولوجـــية بمسلكيها
مدة الانجـاز 3h - المعامل 7

التمرين الأول : (3,0 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ الفلكة $(\mathcal{S})$
التي معادلتها هي : $(\mathcal{S})$: $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+8=0$
و المستوى $(\mathcal{P})$ الذي معادلته : $(\mathcal{P})$: $x-y+2z+1=0$.

1,00 ن | 1 | بين أن مركز الفلكة $(\mathcal{S})$ هي النقطة $\Omega(1,2,3)$ و أن شعاعها يساوي $\sqrt{6}$
0,75 ن | 2 | تحقق من أن المستوى $(\mathcal{P})$ مماس للفلكة $(\mathcal{S})$.
0,50 ن | 3 | أ | حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على $(\mathcal{P})$.
0,75 ن | 3 | ب | حدد مثلوث احداثيات النقطة H نقطة تماس $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{S})$.

التمرين الثاني : (3,0 ن)

0,50 ن | 1 | أ | أكتب على الشكل الجبري العدد العقدي $(3-2i)^2$
1,00 ن | 1 | ب | حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-2(4+i)z+10+20i=0$
| 2 | نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B
و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=1+3i$ و $b=7-i$ و $c=5+9i$.
0,50 ن | 2 | أ | بين أن : $\frac{c-a}{b-a}=i$
1,00 ن | 2 | ب | استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين و قائم الزاوية .

التمرين الثالث : (2,5 ن)

0,50 ن | 1 | تحقق من أن : $\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{-1\}$; $\frac{x^2}{x+1}=x-1+\frac{1}{x+1}$
1,00 ن | 2 | بين أن : $\int_0^2\left(\frac{x^2}{x+1}\right)dx=\ln 3$
1,00 ن | 3 | باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^2 x\ln(x+1)\,dx=\frac{3}{2}\ln 3$

التمرين الرابع : (2,5 ن)

يحتوي كيس على سبع بيدقات تحمل الأعداد 0 و 0 و 0 و 1- و 1 و 1 و 1 (لا يمكن التمييز بينها باللمس). نعتبر التجربة العشوائية التالية : ' نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس .
نعتبر الأحداث التالية :

A . " لا توجد أية بيدقة تحمل العدد 0 من بين البيدقات الثلاث المسحوبة " .
B . " سحب ثلاث بيدقات تحمل أعداد مختلفة مثنى مثنى" .
C . "مجموع الأعداد المسجلة على البيدقات المسحوبة منعدم " .

2,50 ن | 1 | أحسب احتمال كل من الحدثين A و B ثم بين أن احتمال الحدث C هو $\frac{2}{7}$.

التمرين الخامس : (9 ن)

I نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = e^{-x} + x - 1$.

0,75 ن **I** **1** احسب $g'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم استنتج أن g تزايدية على $[0\ ;\ +\infty[$ و تناقصية على $]-\infty, 0]$.

0,50 ن **I** **2** بين أن $g(x) \geq 0$ لكل x من $\mathbb{R}$ (لاحظ أن $g(0) = 0$)

ثم استنتج أن : $(\forall x \epsilon \mathbb{R})\ :\ e^{-x} + x \geq 1$

II نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = \dfrac{x}{x + e^{-x}}$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

0,50 ن **II** **1** بين أن حيز تعريف الدالة f هو $\mathbb{R}$ (استعمل نتيجة السؤال **I** **2**).

0,25 ن **II** **أ** **2** بين أن : $(\forall x \epsilon \mathbb{R}^*)\ ;\ f(x) = \dfrac{1}{\left(1 + \dfrac{1}{xe^x}\right)}$

0,50 ن **II** **ب** **2** بين أن : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$ ثم أوّل النتيجة مبيانيا .

0,75 ن **II** **أ** **3** بين أن : $(\forall x \epsilon \mathbb{R})\ ;\ f'(x) = \dfrac{(x+1)e^{-x}}{(x + e^{-x})^2}$

0,50 ن **II** **ب** **3** أدرس إشارة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

0,50 ن **II** **أ** **4** أكتب معادلة المماس للمنحنى $(\mathscr{C})$ في النقطة O أصل المعلم.

0,75 ن **II** **ب** **4** تحقق من أن : $(\forall x \epsilon \mathbb{R})\ ;\ x - f(x) = \dfrac{xg(x)}{g(x) + 1}$ ثم أدرس إشارة $(x - f(x))$ على $\mathbb{R}$.

0,25 ن **II** **ج** **4** استنتج الوضع النسبي للمنحنى $(\mathscr{C})$ و المستقيم $(\Delta)\ :\ y = x$.

1,00 ن **II** **5** أنشئ (Δ) و $(\mathscr{C})$ في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (نأخذ : $\dfrac{1}{1-e} \approx -0{,}6$) .

III نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \epsilon \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} (\forall n \epsilon \mathbb{N})\ :\ u_{n+1} = f(u_n) \\ u_0 = 1 \end{cases}$

0,50 ن **III** **1** بين بالترجع أن : $(\forall n \epsilon \mathbb{N})\ ;\ 0 \leq u_n \leq 1$

0,50 ن **III** **2** بين أن المتتالية $(u_n)_{n \epsilon \mathbb{N}}$ تناقصية (استعمل نتيجة السؤال **II** **4** **ب**) .

0,75 ن **III** **3** استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \epsilon \mathbb{N}}$ متقاربة ثم حدد نهايتها .

الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريا الدورة الاستدراكية 2007	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي المركز الوطني للتقويم و الامتحانات	مادة الرياضيات العلوم التجريبية بمسالكها العلوم التكنولوجية بمسلكيها مدة الانجاز 3h - المعامل 7

التمرين الأول : (3,5 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

النقط $A(2,0,-1)$ و $B(2,4,2)$ و $C(3,3,3)$ و الفلكة $(\mathcal{S})$ التي معادلتها الديكارتية هي :

$$x^2+y^2+z^2-4x-4y-8z+20=0$$

1 بين أن مركز الفلكة $(\mathcal{S})$ هي النقطة $\Omega(2,2,4)$ و أن شعاعها يساوي 2 . — 1,00 ن

ليكن $(\mathcal{P})$ المستوى المار من النقطة A و العمودي على (BC) .

2 بين أن $x-y+z-1=0$ معادلة ديكارتية للمستوى $(\mathcal{P})$. — 0,75 ن

3 أ بين أن المستوى $(\mathcal{P})$ يقطع الفلكة $(\mathcal{S})$ وفق دائرة (Γ) شعاعها يساوي 1 . — 1,00 ن

3 ب حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على $(\mathcal{P})$. — 0,25 ن

3 ج حدد مثلوث إحداثيات النقطة ω مركز الدائرة (Γ) . — 0,50 ن

التمرين الثاني : (2,5 ن)

يحتوي كيس على ثلاث بيدقات بيضاء و أربع بيدقات سوداء (لا يمكن التمييز بينها باللمس) .

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس .

1 ما هو احتمال الحصول على بيدقتين بالضبط لونهما أبيض ؟ — 0,75 ن

2 ما هو احتمال الحصول على ثلاث بيدقات من نفس اللون ؟ — 0,75 ن

3 ما هو احتمال الحصول على بيدقة بيضاء على الأقل .؟ — 1,00 ن

التمرين الثالث : (3,0 ن)

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1}=\frac{1}{5}(u_n-4n-1) \quad ; \quad (\forall n\in\mathbb{N}) \\ u_0=2 \end{cases}$$

1 نضع : $v_n=u_n+n-1$; $(\forall n\in\mathbb{N})$ بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{5}$. — 1,00 ن

2 أ أحسب v_n بدلالة n . — 0,50 ن

2 ب استنتج u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\infty} u_n$ — 0,50 ن

نضع : $T_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ و $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

3 بين أن : $T_n=\frac{1}{4}\left(5-\frac{1}{5^n}\right)$ و أن $(\forall n\in\mathbb{N})$; $S_n=T_n-\frac{(n+1)(n-2)}{2}$ — 1,00 ن

التمرين الرابع : (3,0 ن)

0,25 ن | 1 | تحقق من أن : $(\sqrt{2}+2i)^2 = -2+4\sqrt{2}\,i$

0,75 ن | 2 | حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-(\sqrt{2}+2)z+2+\sqrt{2}-\sqrt{2}i=0$

3 | نعتبر العددين العقديين : $z_1 = 1-i$ و $z_2 = 1+\sqrt{2}+i$

0,50 ن | 3 | أ | حدد الشكل المثلثي للعدد العقدي z_1 .

1,00 ن | 3 | ب | بين أن : $z_1 z_2 = \sqrt{2}.\overline{z_2}$ ($\overline{z_2}$ هو مرافق z_2) .

و استنتج أن : $arg(z_1)+2arg(z_2) \equiv 0\ [2\pi]$

0,50 ن | 3 | ج | حدد عمدة العدد العقدي z_2 .

التمرين الخامس : (8,0ن)

I | لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x) = x-\frac{1}{x}-2\ln x$

1,00 ن | I | 1 | بين أن : $\forall\, x \in]0;+\infty[\ ;\ g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$

ثم استنتج منحى تغيرات الدالة g على $]0\ ;\ +\infty[$.

0,50 ن | I | 2 | بين أن : $g(x) \le 0$ لكل x من $]0\ ;1]$ و أن $g(x) \le 0$ (لاحظ أن : $g(1)=0$)

II | نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $f(x) = x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0,75 ن | II | 1 | أ | بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$ (يمكن وضع $t=\sqrt{x}$) ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

0,25 ن | II | 1 | ب | تحقق من أن : $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$; $(\forall\, x \in]0;+\infty[)$

0,50 ن | II | 1 | ج | أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ (يمكن وضع $t=\frac{1}{x}$) ثم أوّل النتيجة هندسيا .

0,50 ن | II | 1 | د | بين أن $(\mathscr{C})$ يقبل فرعا شلجميا اتجاهه المقارب هو $y=x$.

1,50 ن | II | 2 | بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$; $(\forall\, x \in]0;+\infty[)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

1,00 ن | II | 3 | أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0,50 ن | II | 4 | أ | بين أن الدالة : $G : x \to x\ln x - x$ دالة أصلية للدالة $g : x \to \ln x$ على $]0;+\infty[$

0,75 ن | II | 4 | ب | باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_1^e (\ln x)^e\, dx = e-2$

0,75 ن | II | 4 | ج | حدد مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C})$ و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=1$ و $x=e$.

الإمتحـــــان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريـــــــا
الدورة العـــــادية 2008

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الإمتحانات

مـــادة الريـــــــاضيات
العلوم التجـــــريبية بمسالكها
العلوم التكنولوجـــية بمسلكيها
مدة الانجـاز 3h - المعامل 7

التمرين الأول : (3,0 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتين $A(0,-1,1)$ و $B(1,-1,0)$ و الفلكة (S) التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-2x-4z+2=0$

1,25 ن | 1 | بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1,0,2)$ و أن شعاعها يساوي $\sqrt{3}$.
و تحقق من أن A تنتمي إلى (S) .

1,25 ن | 2 | حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}$ و بين أن : $x+y+z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) .

0,50 ن | 3 | بين أن المستوى (OAB) مماس للفلكة (S) في النقطة A .

التمرين الثاني : (3,0 ن)

1,00 ن | 1 | حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+34=0$

| 2 | نعتبر ، في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2})$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=3+5i$ و $b=3-5i$ و $c=7+3i$.
ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ التي لحقها $4-2i$.

0,75 ن | 2 | أ | بين أن : $z'=z+4-2i$ ثم تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالإزاحة T .

0,50 ن | 2 | ب | بين أن : $\frac{b-c}{a-c}=2i$

0,75 ن | 2 | ج | استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية و أن : $BC=2AC$.

التمرين الثالث : (3,0 ن)

يحتوي صندوق على 6 كرات حمراء و ثلاث كرات خضراء (لا يمكن التمييز بينها باللمس)

| 1 | نسحب عشوائيا و في أن واحد ثلاث كرات من الصندوق .

1,00 ن | 1 | أ | أحسب احتمال الحصول على كرتين حمراوين و كرة خضراء .

1,00 ن | 1 | ب | بين أن احتمال الحصول على كرة خضراء واحدة على الأقل هو : $\frac{16}{21}$

1,00 ن | 1 | ج | نعتبر في هذا السؤال التجربة التالية:
" نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق "
أحسب احتمال الحصول على ثلاث كرات حمراء .

التمرين الرابع : (11 ن)

I لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x) = x - 2\ln x$

0,50 ن | **I** | **1** | **أ** | أحسب $g'(x)$ لكل x من المجال $]0;+\infty[$.

0,50 ن | **I** | **1** | **ب** | بين أن g تناقصية على المجال $]0;2]$ و تزايدية على المجال $[2;+\infty[$.

0,50 ن | **I** | **2** | | استنتج أن : $g(x) > 0$ لكل x من المجال $]0;+\infty[$ (لاحظ أن $g(2) > 0$).

II نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $f(x) = x - (\ln x)^2$

ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0,75 ن | **II** | **1** | | أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و أوّل النتيجة هندسيا .

0,50 ن | **II** | **2** | **أ** | بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (يمكن وضع : $t = \sqrt{x}$ و نذكر أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$).

0,75 ن | **II** | **2** | **ب** | استنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ و أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 1$.

0,50 ن | **II** | **2** | **ج** | أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - x)$ ثم استنتج أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يقبل بجوار $+\infty$ فرعا شلجميا و اتجاهه المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$.

0,25 ن | **II** | **2** | **د** | بين أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يوجد تحت المستقيم (Δ) .

0,75 ن | **II** | **3** | **أ** | بين أن : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x}$; $\forall x \in]0;+\infty[$ و بين أن f تزايدية قطعا على $]0;+\infty[$.

0,25 ن | **II** | **3** | **ب** | ضع جدول تغيرات الدالة f .

0,50 ن | **II** | **3** | **ج** | بين أن : $y = x$ هي معادلة ديكارتية لمماس المنحنى $(\mathscr{C})$ في النقطة ذات الأفصول 1 .

0,50 ن | **II** | **4** | | بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $]0;+\infty[$. و أن : $\frac{1}{e} < \alpha < \frac{1}{2}$

1,00 ن | **II** | **5** | | أرسم $(\mathscr{C})$ و (Δ) (نأخذ $e \approx 2{,}7$ و نقبل أن $I(e\,;\,e-1)$ نقطة انعطاف لـ $(\mathscr{C})$)

0,50 ن | **II** | **6** | **أ** | بين أن : $H : x \to x\ln x - x$ دالة أصلية للدالة $h : x \to \ln x$ على المجال $]0;+\infty[$

ثم بين أن : $\int_1^e \ln x\,dx = 1$

0,75 ن | **II** | **6** | **ب** | باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_1^e (\ln x)^2\,dx = e - 2$

0,50 ن | **II** | **6** | **ج** | أحسب مساحة الحيز من المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C})$ و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = e$.

III نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_{n+1} = f(u_n) \;;\; (\forall n\in\mathbb{N}) \\ u_0 = 2 \end{cases}$

0,75 ن | **III** | **1** | | بين أن : $1 \le u_n \le 2$; $(\forall n\in\mathbb{N})$ (استعمل نتيجة السؤال **II** **3** **أ**).

0,50 ن | **III** | **2** | | بين أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية .

0,75 ن | **III** | **3** | | استنتج أن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة ثم حدد نهايتها .

الإمتحـــــان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريـــــــا
الدورة الاستدراكية 2008

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الامتحانات

مـــادة الريـــــــاضيات
العلوم التجـــــريبية بمسالكها
العلوم التكنولوجـــية بمسلكيها
مدة الانجـاز 3h ـ المعامل 7

التمرين الأول : (3,0 ن)

1,00 ن | 1 | حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 8z + 17 = 0$

2 | نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما : $a = 4 + i$ و $b = 8 + 3i$.
ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق M' صورة M بالدوران $\mathcal{R}$ الذي مركزه النقطة Ω التي لحقها هو $1 + 2i$ و زاويته $\frac{3\pi}{2}$.

0,75 ن | 2 | أ | بين أن : $z' = -iz - 1 + 3i$

0,50 ن | 2 | ب | تحقق من أن لحق النقطة C صورة النقطة A بالدوران $\mathcal{R}$ هو $c = -i$

0,75 ن | 2 | ج | بين أن : $(b - c) = 2(a - c)$ ثم استنتج أن النقط A و B و C مستقيمية .

التمرين الثاني : (3,0 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
المستوى $(\mathcal{P})$ الذي معادلته هي : $x + 2y + z - 1 = 0$
و الفلكة $(\mathcal{S})$ التي معادلتها هي : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2z + 5 = 0$

0,75 ن | 1 | بين أن مركز الفلكة $(\mathcal{S})$ هي النقطة $I(2,3,-1)$ و أن شعاعها يساوي 3 .

0,50 ن | 2 | أ | بين أن مسافة النقطة I عن المستوى $(\mathcal{P})$ هي $\sqrt{6}$.

0,75 ن | 2 | ب | استنتج أن المستوى $(\mathcal{P})$ يقطع الفلكة $(\mathcal{S})$ وفق دائرة (Γ) شعاعها يساوي $\sqrt{3}$.

0,50 ن | 3 | أ | حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من I و العمودي على $(\mathcal{P})$.

0,50 ن | 3 | ب | بين أن مركز الدائرة (Γ) هي النقطة $H(1,1,-2)$.

التمرين الثالث : (3,0 ن)

يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء و ثلاث كرات حمراء (لا يمكن التمييز بينها باللمس) .
نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق .

1,00 ن | 1 | ما هو احتمال الحصول على ثلاث كرات بيضاء ؟

1,00 ن | 2 | بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون هو $\frac{1}{7}$.

1,00 ن | 3 | ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل ؟

التمرين الرابع : (3,0 ن)

لتكن $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{5u_n}{2u_n+3} \quad ; \quad (\forall n\epsilon\mathbb{N}) \\ u_0 = 2 \end{cases}$

1,00 ن | 1 | بين أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N})\ ;\ u_n > 1$

| 2 | نضع : $(\forall n\epsilon\mathbb{N})\ ;\ v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n}$

1,00 ن | 2 | أ | بين أن $(v_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ ثم أكتب v_n بدلالة n .

1,00 ن | 2 | ب | بين أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N})\ ;\ u_n = \dfrac{2}{2-\left(\frac{3}{5}\right)^n}$ ثم أحسب النهاية $\lim\limits_{n\infty} u_n$.

التمرين الخامس : (8,0ن)

I | نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = e^{2x} - 2x$

1,00 ن | I | 1 | أحسب $g'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم بين أن g تزايدية على $[0;+\infty[$ و تناقصية على $]-\infty;0]$.

0,75 ن | I | 2 | استنتج أن $g(x) > 0$ لكل x من $\mathbb{R}$ (لاحظ أن : $g(0) = 1$) .

II | نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = \ln(e^{2x} - 2x)$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0,50 ن | II | 1 | أ | بين أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

0,25 ن | II | 1 | ب | تحقق من أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R}^*)\ ;\ \dfrac{f(x)}{x} = \left(\dfrac{e^{2x}}{x} - 2\right)\dfrac{\ln(e^{2x}-2x)}{e^{2x}-2x}$

0,50 ن | II | 1 | ج | بين أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$ (نذكر أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln t}{t} = 0$) .

0,25 ن | II | 1 | د | استنتج أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يقبل بجوار $-\infty$ فرعا شلجميا يتم تحديد اتجاهه .

0,75 ن | II | 2 | أ | لكل x من $[0;+\infty[$ تحقق من أن : $1 - \dfrac{2x}{e^{2x}} > 0$ و أن : $2x + \ln\left(1 - \dfrac{2x}{e^{2x}}\right) = f(x)$

0,50 ن | II | 2 | ب | استنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ (نذكر أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$) .

0,50 ن | II | 2 | ج | بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل لـ $(\mathscr{C})$ بجوار $+\infty$.

0,75 ن | II | 2 | د | بين أن : $\forall\, x\,\epsilon\,[0;+\infty[\ ;\ f(x) - 2x \le 0$ و استنتج أن $(\mathscr{C})$ يوجد أسفل (D) على $[0;+\infty[$

0,75 ن | II | 3 | أ | بين أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R})\ ;\ f'(x) = \dfrac{2(e^{2x}-1)}{g(x)}$

0,50 ن | II | 3 | ب | أدرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

1,00 ن | II | 4 | أنشئ (D) و $(\mathscr{C})$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نقبل أن $(\mathscr{C})$ له نقطتي انعطاف)

الامتحان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريا
الدورة العادية 2009

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي
و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الامتحانات

مادة الرياضيات
العلوم التجريبية بمسالكها
العلوم التكنولوجية بمسلكيها
مدة الانجاز 3h - المعامل 7

التمرين الأول : (3,0 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(-2,2,8)$ و $B(6,6,0)$ و $C(2,-1,0)$ و $D(0,1,-1)$ و (S) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$.

0,75 ن | 1 | حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OD}$.
و استنتج أن : $x+2y+2z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OCD) .
0,50 ن | 2 | تحقق من أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega(2,4,4)$ و شعاعها 6 .
0,50 ن | 3 | أ | أحسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (OCD) .
0,50 ن | 3 | ب | استنتج أن المستوى (OCD) مماس للفلكة (S) .
0,75 ن | 3 | ج | تحقق من أن : $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$ ثم استنتج أن النقطة O هي نقطة تماس الفلكة (S) و المستوى (OCD) .

التمرين الثاني : (3,0 ن)

نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=2-2i$ و $b=\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $c=1-\sqrt{3}+(1+\sqrt{3})i$.

1,00 ن | 1 | أكتب على الشكل المثلثي كلا من العددين العقديين a و b .
| 2 | نعتبر الدوران $\mathcal{R}$ الذي مركزه النقطة O و زاويته $\frac{5\pi}{6}$.
0,75 ن | 2 | أ | ليكن z لحق نقطة M من المستوى العقدي و z' لحق M' صورة M بالدوران $\mathcal{R}$. بين أن : $z'=bz$
0,50 ن | 2 | ب | تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالدوران $\mathcal{R}$.
0,75 ن | 3 | بين أن : $\arg c\equiv\arg a+\arg b\ [2\pi]$ ثم حدد عمدة العدد العقدي C .

التمرين الثالث : (3,0 ن)

يحتوي صندوق على ثلاث كرات بيضاء و أربع كرات سوداء و خمس كرات حمراء (لا يمكن التمييز بينها باللمس) . نسحب عشوائيا و تآنيا ثلاث كرات من الصندوق .
نعتبر الحدثين التاليين :
A : " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " .
B : " الحصول على ثلاث كرات مختلفة مثنى مثنى " .

1,50 ن | 1 | بين أن : $p(A)=\frac{3}{44}$ و $p(B)=\frac{3}{11}$.
| 2 | ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة لثلاث كرات بعدد الألوان التي تحملها .
0,25 ن | 2 | أ | حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .
1,25 ن | 2 | ب | حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي E(X) و المغايرة V(X) .

التمرين الرابع : (2,0 ن)

نضع : $I=\int_{-2}^{-1}\left(\frac{x}{x+3}\right)dx$ و $J=\int_{-2}^{-1}\ln(2x+6)\,dx$

0,25 ن | 1 | أ | تحقق من أن : $(\forall x\neq -3)\ ;\ \frac{x}{x+3}=1-\frac{3}{x+3}$

0,75 ن | 1 | ب | بين أن : $I=1-3\ln 2$

1,00 ن | 2 | باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $J=-I$.

التمرين الخامس : (9 ن)

I نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث : $f(x)=2\ln\left(e^x-2\sqrt{e^x}+2\right)$

و $(\mathscr{C})$ هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0,75 ن | I | 1 | تحقق من أن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ :\ e^x-2\sqrt{e^x}+2=\left(\sqrt{e^x}-1\right)^2+1$.

ثم استنتج أن مجموعة تعريف الدالة f هي $\mathbb{R}$ و أن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ 1-\frac{2}{\sqrt{e^x}}+\frac{2}{e^x}>0$

0,75 ن | I | 2 | أحسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ثم بين أن : $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\ln 4$ و أوّل النتيجة هندسيا.

1,00 ن | I | 3 | أ | بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ f'(x)=\frac{2\sqrt{e^x}\left(\sqrt{e^x}-1\right)}{\left(\sqrt{e^x}-1\right)^2+1}$ و تحقق أن : $f'(0)=0$

0,50 ن | I | 3 | ب | أدرس إشارة $\left(\sqrt{e^x}-1\right)$ على $\mathbb{R}$ و استنتج أن الدالة f تزايدية على المجال $[0;+\infty[$ و تناقصية على المجال $]-\infty;0]$.

0,25 ن | I | 4 | أ | تحقق من أن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ f(x)=2x+2\ln\left(1-\frac{2}{\sqrt{e^x}}+\frac{2}{e^x}\right)$

0,75 ن | I | 4 | ب | بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=2x$ مقارب للمنحنى $(\mathscr{C})$ بجوار $+\infty$

0,25 ن | I | 5 | أ | تحقق من أن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ :\ e^x-3\sqrt{e^x}+2=\left(\sqrt{e^x}-1\right)\left(\sqrt{e^x}-2\right)$

0,50 ن | I | 5 | ب | أدرس إشارة كل من : $\left(\sqrt{e^x}-2\right)$ و $\left(\sqrt{e^x}-1\right)\left(\sqrt{e^x}-2\right)$ على $\mathbb{R}$.

0,25 ن | I | 5 | ج | استنتج أن : $(\forall\, x\in[0;\ln 4])\ ;\ e^x-2\sqrt{e^x}+2\leq\sqrt{e^x}$.

0,75 ن | I | 5 | د | بين أن : $(\forall\, x\in[0;\ln 4])\ ;\ 0\leq f(x)\leq x$.

0,75 ن | I | 6 | أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$ نقبل أن للمنحنى $(\mathscr{C})$ نقطتي انعطاف أفصول إحداها أصغر من -1 و أفصول الأخرى أكبر من 2 تحديدهما غير مطلوب) .

II لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $\begin{cases}u_{n+1}=f(u_n)\ ;\ \forall n\in\mathbb{N}\\ u_0=1\end{cases}$

في الأسئلة الموالية يمكن استعمال نتائج دراسة الدالة f .

0,75 ن | II | 1 | بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\ ;\ 0\leq u_n\leq\ln 4$

0,75 ن | II | 2 | بين أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية .

1,00 ن | II | 3 | استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة و حدد نهايتها .

الامتحـــــان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريـــــــا
الدورة الاستدراكية 2009

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي
و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الامتحانات

مـــادة الريـــــــاضيات
العلوم التجـــــريبية بمسالكها
العلوم التكنولوجـــية بمسلكيها
مدة الانجـاز 3h - المعامل 7

التمرين الأول : (3,0 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,2,-1)$ و المستوى $(\mathcal{P})$ الذي معادلته هي : $2x+y+2z-13=0$
و الفلكة $(\mathcal{S})$ التي مركزها $\Omega(1,0,1)$ و شعاعها 3 .

0,75 ن | 1 | أ | بين أن : $x^2+y^2+z^2-2x-2z-7=0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة $(\mathcal{S})$ و تحقق من أن A تنتمي إلى $(\mathcal{S})$.

0,75 ن | 1 | ب | أحسب مسافة النقطة Ω عن المستوى $(\mathcal{P})$ ثم استنتج أن المستوى $(\mathcal{P})$ مماس للفلكة $(\mathcal{S})$.

| 2 | | ليكن (D) المستقيم المار من النقطة A و العمودي على المستوى $(\mathcal{P})$.

0,75 ن | 2 | أ | بين أن $\vec{u}(2,1,2)$ متجهة موجهة للمستقيم (D) و أن $(6,-6,-3)$ هو مثلوث إحداثيات المتجهة : $\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}$.

0,75 ن | 2 | ب | أحسب : $\frac{\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}\|}{\|\vec{u}\|}$ ثم استنتج أن المستقيم (D) مماس للفلكة $(\mathcal{S})$ في A .

التمرين الثاني : (3,0 ن)

1,00 ن | 1 | حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+25=0$.

| 2 | نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$. النقط A و B و C و D التي ألحاقها هي على التوالي : $a=3+4i$ و $b=3-4i$ و $c=2+3i$ و $d=5+6i$.

0,50 ن | 2 | أ | أحسب : $\frac{d-c}{a-c}$ ثم استنتج أن النقط A و C و D نقط مستقيمية .

0,50 ن | 2 | ب | بين أن العدد $p=3+8i$ هو لحق النقطة P صورة A بالتحاكي h الذي مركزه B و نسبته $\frac{3}{2}$.

1,00 ن | 2 | ج | أكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $\frac{d-p}{a-p}$ ثم استنتج أن $\frac{\pi}{4}$ قياس للزاوية $\left(\widehat{\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PD}}\right)$ و أن : $PA=\sqrt{2}PD$.

التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي صندوق على سبع كرات سوداء و كرتين بيضاوين (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)
نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق .
ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق بعد سحب الكرتين .

0,50 ن | 1 | حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .

1,50 ن | 2 | بين أن : $p[X=0]=\frac{1}{36}$ و $p[X=1]=\frac{7}{18}$.

1,00 ن | 3 | إعط قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E[X]$.

التمرين الرابع : (3 ن)

لتكن $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{1+4u_n}{7-2u_n} \;\; ; \;\; (\forall n\epsilon\mathbb{N}) \\ u_0 = 0 \end{cases}$

1,00 ن | 1 | تحقق من أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}) \;\; ; \;\; 1-u_{n+1} = \dfrac{6(1-u_n)}{5+2(1-u_n)}$

ثم بين بالترجع أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}) \;\; ; \;\; 1-u_n > 0$

2 | نضع : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}) \;\; ; \;\; v_n = \dfrac{2u_n-1}{u_n-1}$

1,00 ن | 2 | أ | بين أن $(v_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{5}{6}$ ثم أكتب v_n بدلالة n .

1,00 ن | 2 | ب | بين أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}) \;\; ; \;\; u_n = \dfrac{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 1}{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 2}$ و استنتج النهاية $\lim\limits_{n\infty} u_n$

التمرين الخامس : (2 ن)

1,00 ن | 1 | حدد دالة أصلية للدالة $x \to 2x(x^2-1)^{2009}$ على $\mathbb{R}$ و تحقق من أن :

$$\int_1^{\sqrt{2}} 2x(x^2-1)^{2009}\,dx = \frac{1}{2010}$$

1,00 ن | 2 | باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^2 (2x+1)\ln(x+1)\,dx = 6\ln 3 - 2$

التمرين السادس : (6 ن)

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = x\left(\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}\right)$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0,50 ن | 1 | أ | تحقق من أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R}) \;\; ; \;\; f(x) = x\left(\dfrac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}\right)$

1,00 ن | 1 | ب | بين أن الدالة f زوجية و أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R}) \;\; ; \;\; f(x) - x = \dfrac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}}$

1,00 ن | 1 | ج | بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ و أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}} = 0$

ثم استنتج أن المستقيم $(D) : y = x$ مقارب للمنحنى $(\mathscr{C})$ بجوار $+\infty$

0,50 ن | 2 | بين أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يوجد أسفل المستقيم (D) على المجال $[0;+\infty[$.

1,00 ن | 3 | أ | بين أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R}) \;\; ; \;\; f'(x) = \dfrac{e^{4x}-1+4xe^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$ و تحقق من أن : $f'(0) = 0$.

0,50 ن | 3 | ب | بين أن : $\forall\, x\,\epsilon\,[0;+\infty[\;\; ; \;\; e^{4x}-1 \geq 0$.

ثم استنتج أن : $\forall\, x\,\epsilon\,[0;+\infty[\;\; ; \;\; e^{4x}-1+4xe^{2x} \geq 0$.

0,50 ن | 3 | ج | ضع جدول تغيرات الدالة f على المجال $[0;+\infty[$.

1,00 ن | 4 | أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ($(\mathscr{C})$ يقبل نقطتي انعطاف تحديدهما غير مطلوب).

الامتحـــــان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريـــــــا
الدورة العـــــادية 2010

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الامتحانات

مـــادة الريـــــــاضيات
العلوم التجـــــريبية بمسالكها
العلوم التكنولوجـــية بمسلكيها
مدة الانجـاز 3h - المعامل 7

التمرين الأول : (3,0 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(-1,0,3)$ و $B(3,0,0)$ و $C(7,1,-3)$ و الفلكة (S) التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-6x-2y-15=0$.

1,00 ن | 1 | بين أن : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=3\vec{i}+4\vec{k}$ و استنتج أن $3x+4z-9=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

0,50 ن | 2 | بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(3,1,0)$ و أن شعاعها هو 5 .

| 3 | ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω و العمودي على المستوى (ABC) .

0,50 ن | 3 | أ | بين أن : $\begin{cases} x=3+3t \\ y=1 \\ z=4t \end{cases}$; $(t\epsilon\mathbb{R})$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) .

1,00 ن | 3 | ب | بين أن المستقيم (Δ) يقطع الفلكة (S) في النقطتين $E(6,1,4)$ و $F(0,1,-4)$.

التمرين الثاني : (3,0 ن)

1,00 ن | 1 | حل في مجموعة الأعداد العقدية $(\mathbb{C})$ المعادلة : $z^2-6z+10=0$.

| 2 | نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2})$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=3-i$ و $b=3+i$ و $c=7-3i$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' بالدوران $\mathcal{R}$ الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$

0,50 ن | 2 | أ | بين أن : $z'=iz+2-4i$.

0,25 ن | 2 | ب | تحقق من أن لحق النقطة C' صورة النقطة C بالدوران $\mathcal{R}$ هو $c'=5+3i$.

1,25 ن | 2 | ج | بين أن : $\frac{c'-b}{c-b}=\frac{1}{2}i$ ثم استنتج أن المثلث BCC' قائم في النقطة B و أن : $BC=2BC'$.

التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء و ثلاث كرات حمراء و كرتين سوداوين (لا يمكن التمييز بينها باللمس) .

نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق .

نعتبر الحدثين التاليين :

A : " الحصول على كرة حمراء واحدة فقط " .

B : " الحصول على كرة بيضاء على الأقل " .

1,00 ن | 1 | بين أن : $p(A)=\frac{1}{2}$ و $p(B)=\frac{41}{42}$.

		2		نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المسحوبة .
0,25 ن		2	أ	تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي : 0 و 1 و 2 و 3 .
1,00 ن		2	ب	بين أن : $p[X=2]=\frac{3}{10}$ و $p[X=0]=\frac{1}{6}$.
0,75 ن		2	ج	حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الرابع : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1}=\dfrac{3u_n-1}{2u_n} \quad ; \quad (\forall n\epsilon\mathbb{R}) \\ u_0=2 \end{cases}$$

0,75 ن		1		بين بالترجع أن : $u_n-1>0$; $(\forall n\epsilon\mathbb{N})$.
		2		نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $v_n=\dfrac{u_n-1}{2u_n-1}$; $(\forall n\epsilon\mathbb{N})$
1,00 ن		2	أ	بين أن : $(v_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$. و استنتج أن : $u_n=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n$; $(\forall n\epsilon\mathbb{N})$.
0,75 ن		2	ب	بين أن : $u_n=\frac{v_n-1}{2v_n-1}$ ثم استنتج أن : $\lim\limits_{n\infty}u_n=1$
0,50 ن		3		أحسب $\lim\limits_{n\infty}w_n$ حيث $(w_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ هي المتتالية المعرفة بما يلي : $w_n=\ln(u_n)$; $(\forall n\epsilon\mathbb{N})$

التمرين الخامس : (8 ن)

	I				نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x)=1+4xe^{2x}$
0,50 ن	I		1		بين أن : $g'(x)=4(2x+1)e^{2x}$; $(\forall x\epsilon\mathbb{R})$
0,50 ن	I		2		بين أن الدالة g تزايدية على المجال $\left[\frac{-1}{2};+\infty\right[$ و تناقصية على المجال $\left]-\infty;\frac{-1}{2}\right]$.
0,50 ن	I		3	أ	بين أن $g\left(\frac{-1}{2}\right)=1-\frac{2}{e}$ ثم تحقق من أن : $g\left(\frac{-1}{2}\right)>0$
0,25 ن	I		3	ب	استنتج أن : $g(x)>0$; $(\forall x\epsilon\mathbb{R})$.
	II				لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=(2x-1)e^{2x}+x+1$
					و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل لـ f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ $(\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm)$
1,00 ن	II		1		أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ (نذكر أن : $\lim\limits_{u\to-\infty}ue^u=0$)
0,75 ن	II		2		بين أن : $f'(x)=g(x)$; $(\forall x\epsilon\mathbb{R})$ و استنتج أن f تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$.
0,75 ن	II		3	أ	أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ و استنتج أن $(\mathscr{C})$ يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب .
0,50 ن	II		3	ب	أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+1)]$ و استنتج أن المستقيم $(\Delta): y=x+1$ مقارب للمنحنى بجوار $-\infty$
0,50 ن	II		3	ج	حدد زوج إحداثيات نقطة تقاطع (Δ) و $(\mathscr{C})$ ثم بين أن $(\mathscr{C})$ يوجد أسفل (Δ) على $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ و فوق (Δ) على $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$.
0,25 ن	II		4	أ	بين أن : $y=x$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس المنحنى $(\mathscr{C})$ في النقطة O .
0,25 ن	II		4	ب	بين أن للمنحنى $(\mathscr{C})$ نقطة انعطاف أفصولها $\frac{-1}{2}$ و أرتوبها غير مطلوب تحديده.
0,75 ن	II		5		أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) و المنحنى $(\mathscr{C})$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.
1,00 ن	II		6	أ	باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^{\frac{1}{2}}(2x-1)e^{2x}dx=1-\frac{e}{2}$
0,50 ن	II		6	ب	بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C})$ و المستقيم (T) المماس للمنحنى $(\mathscr{C})$ و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=\frac{1}{2}$ هي $(6-2e)\,cm^2$.

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$
النقط $A(0,-2,0)$ و $B(1,1,-4)$ و $C(0,1,-4)$
و الفلكة (S) التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$.

0,50 ن | 1 | بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1,2,3)$ و أن شعاعها هو 5 .

1,00 ن | 2 | أ | بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=4\vec{j}+3\vec{k}$
و استنتج أن : $4y+3z+8=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

0,50 ن | 2 | ب | أحسب $d(\Omega,(ABC))$ ثم استنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) .

| 3 | ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω و العمودي على المستوى (ABC) .

0,50 ن | 3 | أ | بين أن : $\begin{cases}x=1\\y=2+4t\\z=3+3t\end{cases}$; $(t\in\mathbb{R})$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) .

0,25 ن | 3 | ب | بين أن مثلوث إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (ABC) هو $(1,-2,0)$

0,25 ن | 3 | ج | تحقق من أن H هي نقطة تماس المستوى (ABC) و الفلكة (S) .

التمرين الثاني : (3 ن)

1,00 ن | 1 | حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8\sqrt{3}\,z+64=0$.

| 2 | نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C
التي ألحاقها على التوالي : $a=8i$ و $b=4\sqrt{3}-4i$ و $c=2(4\sqrt{3}+4i)$.
ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران $\mathcal{R}$
الذي مركزه O و زاويته $\frac{4\pi}{3}$.

0,50 ن | 2 | أ | بين أن : $z'=\left(\frac{-1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z$

0,25 ن | 2 | ب | تحقق من أن النقطة B هي صورة النقطة A بالدوران $\mathcal{R}$.

0,75 ن | 2 | ج | بين أن : $\frac{a-b}{c-b}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ثم أكتب العدد $\frac{a-b}{c-b}$ على الشكل المثلثي .

0,50 ن | 2 | د | استنتج أن المثلث ABC متساوي الأضلاع .

التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي صندوق على ثماني كرات تحمل الأعداد 1 و 1 و 1 و 2 و 2 و 2 و 3 و 3
نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق .
ليكن A الحدث : " الحصول على كرتين تحملان معا العدد 2 " .
و B الحدث : " الحصول على كرتين إحداهما على الأقل تحمل العدد 3 " .

1,25 ن | 1 | بين أن $p(A)=\frac{3}{28}$ و أن : $p(B)=\frac{13}{28}$

| 2 | ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات التي تحمل عددا فرديا .

0,25 ن | 2 | أ | حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .

0,75 ن | | 2 | ب | بين أن : $p[X=1]=\frac{15}{28}$

0,75 ن | | 2 | ج | إعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الرابع : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_{n+1}=\frac{3u_n}{21+u_n} \; ; \; (\forall n\epsilon\mathbb{N}) \\ u_0=1 \end{cases}$

0,50 ن | | 1 | | بين أن : $u_n>0 \; ; \; (\forall n\epsilon\mathbb{N})$.

0,75 ن | | 2 | | بين أن : $u_{n+1}<\frac{1}{7}u_n \; ; \; (\forall n\epsilon\mathbb{N})$

0,50 ن | | 3 | | بين أن المتتالية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ تناقصية و أنها متقاربة .

0,75 ن | | 4 | أ | بين بالترجع أن : $u_n\leq\left(\frac{1}{7}\right)^n \; ; \; (\forall n\epsilon\mathbb{N})$

0,50 ن | | 4 | ب | حدد نهاية المتتالية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$.

التمرين الخامس : (8 ن)

I | | | نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x^3-x-2\ln x+3$

0,25 ن | I | 1 | أ | تحقق من أن : $\forall x\epsilon]0;+\infty[\; : \; 3x^3-x-2=(x-1)(3x^2+3x+2)$

0,50 ن | I | 1 | ب | بين أن : $\forall x\epsilon]0;+\infty[\; : \; g'(x)=\frac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$

0,25 ن | I | 2 | أ | تحقق من أن : $\forall x\epsilon]0;+\infty[\; : \; \frac{3x^2+3x+2}{x}>0$

0,50 ن | I | 2 | ب | استنتج أن إشارة $g'x$ هي إشارة $(x-1)$ على المجال $]0;+\infty[$

0,50 ن | I | 3 | أ | بين أن الدالة g تناقصية على المجال $]0;1]$ و تزايدية على المجال $[1;+\infty[$.

0,50 ن | I | 3 | ب | استنتج أن : $\forall x\epsilon]0;+\infty[\; : \; g(x)>0$ (لاحظ أن : $g(1)>0$) .

II | | | نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=x-1+\frac{x-1+\ln x}{x^2}$$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(\mathcal{O},\vec{i},\vec{j}) \; (\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1\ cm)$

1,00 ن | II | 1 | | بين أن : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$ لكل x من المجال $]0;+\infty[$ ثم استنتج أن f تزايدية على $]0;+\infty[$.

0,50 ن | II | 2 | أ | بين أن : $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=-\infty$ ثم أوّل النتيجة هندسيا .

0,75 ن | II | 2 | ب | بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-1+\ln x}{x^2}=0$ ثم أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ (نذكر أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$)

0,50 ن | II | 2 | ج | بين أن : $(\Delta) : y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathscr{C})$ بجوار $+\infty$.

0,50 ن | II | 3 | | بين أن $y=3(x-1)$ هي معادلة للمستقيم المماس للمنحنى $(\mathscr{C})$ في النقطة التي زوج إحداثيتيها $(1;0)$.

0,75 ن | II | 4 | | أنشئ المستقيم (Δ) و $(\mathscr{C})$ (نقبل أن لـ $(\mathscr{C})$ نقطة انعطاف وحيدة غير مطلوب تحديدها)

1,00 ن | II | 5 | أ | باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_1^e\frac{\ln x}{x^2}dx=1-\frac{2}{e}$

0,50 ن | II | 5 | ب | بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين $(\mathscr{C})$ و (Δ) و المستقيمين $x=1$ و $x=e$ هي : $\left(1-\frac{1}{e}\right)\ cm^2$.

التمرين الأول : (2,5 ن)

0,50 ن | 1 | أ | حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2+4x-5=0$.

1,00 ن | 1 | ب | حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة : $\ln(x^2+5)=\ln(x+2)+\ln(2x)$.

1,00 ن | 2 | حل في المجال $]0;+\infty[$ المتراجحة : $\ln x+\ln(x+1)\geq \ln(x^2+1)$.

التمرين الثاني : (3,0 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1}=\dfrac{u_n}{5+8u_n} \quad ; \quad (\forall n\epsilon\mathbb{N}) \\ u_0=1 \end{cases}$$

0,50 ن | 1 | بين بالترجع أن : $u_n>0$; $(\forall n\epsilon\mathbb{N})$.

| 2 | نضع : $v_n=\dfrac{1}{u_n}+2$; $(\forall n\epsilon\mathbb{N})$

1,50 ن | 2 | أ | بين أن : $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها 5 ثم أكتب v_n بدلالة n .

1,00 ن | 2 | ب | بين أن : $u_n=\dfrac{1}{3\times 5^n-2}$; $(\forall n\epsilon\mathbb{N})$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\infty} u_n$

التمرين الثالث : (5,0ن)

1,00 ن | 1 | حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-18z+82=0$.

| 2 | نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=9+i$ و $b=9-i$ و $c=11-i$.

1,00 ن | 2 | أ | بين أن : $\dfrac{c-b}{a-b}=-i$ ثم استنتج أن ABC قائم الزاوية و متساوي الساقين في B .

0,50 ن | 2 | ب | إعط الشكل المثلثي للعدد العقدي $4(1-i)$.

1,00 ن | 2 | ج | بين أن : $(c-a)(c-b)=4(1-i)$ ثم استنتج أن : $AC\times BC=4\sqrt{2}$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران $\mathcal{R}$ الذي مركزه النقطة B و زاويته $\dfrac{3\pi}{2}$

1,50 ن | 2 | د | بين أن : $z'=-iz+10+8i$ ثم تحقق أن لحق النقطة C' صورة C بالدوران $\mathcal{R}$ هو : $(9-3i)$.

التمرين الرابع : (9,5ن)

I نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = (1-x)e^x - 1$

0,50 ن | **I** | **1** | **أ** | بين أن : $g'(x) = -xe^x$; $(\forall x \epsilon \mathbb{R})$.

0,75 ن | **I** | **1** | **ب** | بين أن الدالة g تناقصية على المجال $[0;+\infty[$ و تزايدية على $]-\infty;0]$ و تحقق أن : $g(0) = 0$

0,50 ن | **I** | **2** | | استنتج أن : $g(x) \leq 0$; $(\forall x \epsilon \mathbb{R})$.

II لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = (2-x)e^x - x$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $2\ cm$).

0,50 ن | **II** | **1** | **أ** | بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

0,75 ن | **II** | **1** | **ب** | بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = -\infty$ ثم استنتج أن $(\mathscr{C})$ يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه .

0,75 ن | **II** | **2** | **أ** | بين أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} (f(x)+x)$ (نذكر أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0$).

0,25 ن | **II** | **2** | **ب** | بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = -x$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathscr{C})$ بجوار $-\infty$.

0,50 ن | **II** | **3** | **أ** | بين أن : $f'(x) = g(x)$; $(\forall x \epsilon \mathbb{R})$.

0,25 ن | **II** | **3** | **ب** | أوّل هندسيا النتيجة $f'(0) = 0$.

0,50 ن | **II** | **3** | **ج** | بين أن الدالة f تناقصية على $\mathbb{R}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

0,50 ن | **II** | **4** | | بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ و أن $\frac{3}{2} < \alpha < 2$ (نقبل أن $e^{\frac{3}{2}} > 3$).

0,50 ن | **II** | **5** | **أ** | حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x) + x = 0$ و استنتج أن $(\mathscr{C})$ و (D) يتقاطعان في النقطة $A(2,-2)$.

0,25 ن | **II** | **5** | **ب** | أدرس إشارة $f(x)+x$ على $\mathbb{R}$.

0,25 ن | **II** | **5** | **ج** | استنتج أن $(\mathscr{C})$ يوجد فوق (D) على $]-\infty;2[$ و أسفل (D) على $]2;+\infty[$.

0,50 ن | **II** | **6** | **أ** | بين أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثيتها هو $(0;2)$.

1,00 ن | **II** | **6** | **ب** | أنشئ المستقيم (D) و المنحنى $(\mathscr{C})$ في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1,00 ن | **II** | **7** | **أ** | باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_{-1}^{0} (2-x)e^x\,dx = \left(3-\dfrac{4}{e}\right)$

0,25 ن | **II** | **7** | **ب** | استنتج بالوحدة cm^2 مساحة الحيز من المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C})$ و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = -1$ و $x = 0$.

الامتحـــــان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريـــــــا
الدورة الاستدراكية 2011

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الامتحانات

مـــادة الريـــــــاضيات
العلوم التجـــــريبية بمسالكها
العلوم التكنولوجـــية بمسلكيها
مدة الانجـاز 3h - المعامل 7

التمرين الأول : (2,5 ن)

0,50 ن | 1 | أ | حل في $\mathbb{R}$ المعدلة : $x^2 - 2x - 3 = 0$.

1,00 ن | 1 | ب | حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $e^x - \frac{3}{e^x} - 2 = 0$

1,00 ن | 2 | | حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $e^{x+1} - e^{-x} \geq 0$.

التمرين الثاني : (4 ن)

1,00 ن | 1 | | حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 6z + 18 = 0$.

| 2 | | نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{u}, \vec{v})$
النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما : $a = 3 + 3i$ و $b = 3 - 3i$.

0,50 ن | 2 | أ | أكتب على الشكل المثلثي كل من العددين العقديين a و b .

0,75 ن | 2 | ب | بين أن b' لحق النقطة B' صورة النقطة B بالإزاحة t التي متجهتها $\overrightarrow{OA}$ هو 6 .

1,00 ن | 2 | ج | بين أن : $\frac{b-b'}{a-b'} = i$ ثم استنتج أن المثلث ABB' متساوي الساقين و قائم الزاوية في B' .

0,75 ن | 2 | د | استنتج مما سبق أن الرباعي $OAB'B$ مربع .

التمرين الثالث : (3,5 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{6u_n}{1 + 15u_n} \quad ; \quad (\forall n \in \mathbb{N}) \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

0,50 ن | 1 | أ | تحقق من أن : $u_{n+1} - \frac{1}{3} = \frac{u_n - \frac{1}{3}}{15u_n + 1}$; $(\forall n \in \mathbb{N})$

0,50 ن | 1 | ب | بين بالترجع أن : $u_n > \frac{1}{3}$; $(\forall n \in \mathbb{N})$

| | | نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $v_n = 1 - \frac{1}{3u_n}$; $(\forall n \in \mathbb{N})$

1,50 ن | 2 | | بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{6}$ ثم أكتب v_n بدلالة n .

1,00 ن | 3 | | بين أن : $u_n = \dfrac{1}{3 - 2\left(\frac{1}{6}\right)^n}$; $(\forall n \in \mathbb{N})$ ثم استنتج النهاية التالية : $\lim\limits_{n\infty} u_n$

التمرين الرابع : (10 ن)

I نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $I =]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x) = x - 1 + \ln x$

0,50 ن **I** **1** **أ** بين أن : $(\forall x \epsilon I)\ ;\ g'(x) = \frac{x+1}{x}$

0,50 ن **I** **1** **ب** بين أن الدالة g تزايدية على I .

1,00 ن **I** **2** استنتج أن : $g(x) \geq 0$ على $[1;+\infty[$ و أن : $g(x) \leq 0$ على $]0;1]$ (لاحظ : $g(1) = 0$) .

II لتكن f الدالة العددية المعرفة على I بما يلي : $f(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right)\ln x$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $1\ cm$)

0,75 ن **II** **1** **أ** بين أن : $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ و أوّل النتيجة هندسيا .

1,00 ن **II** **1** **ب** بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

(لاحظ أن $(\forall x \epsilon I)\ ;\ \frac{f(x)}{x} = \left(\frac{x-1}{x}\right)\frac{\ln x}{x}$) .

0,50 ن **II** **1** **ج** استنتج أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه.

1,00 ن **II** **2** **أ** بين أن : $(\forall x \epsilon I)\ ;\ f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

0,50 ن **II** **2** **ب** استنتج أن الدالة f تزايدية على المجال $[1;+\infty[$ و تناقصية على المجال $]0;1]$.

0,25 ن **II** **2** **ج** إعط جدول تغيرات الدالة f على I .

1,00 ن **II** **3** أنشئ $(\mathscr{C})$ (نقبل أن للمنحنى $(\mathscr{C})$ نقطة انعطاف وحيدة أفصولها محصور بين 1,5 و 2)

0,50 ن **II** **4** **أ** بين أن : $H : x \to \frac{(\ln x)^2}{2}$ دالة أصلية للدالة $h : x \to \frac{\ln x}{x}$ على I .

0,75 ن **II** **4** **ب** تحقق من أن : $\int_1^e \frac{\ln x}{x}\,dx = \frac{1}{2}$

1,00 ن **II** **4** **ج** باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_1^e \ln x\,dx = 1$

0,25 ن **II** **5** **أ** بين أن : $(\forall x \epsilon I)\ ;\ f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x}$

0,50 ن **II** **5** **ب** بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C})$ و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = e$ هي $0{,}5\ cm^2$.

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(1,1,-1)$ و $B(0,1,-2)$ و $C(3,2,1)$ و الفلكة (S) التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-2x-2z-1=0$

0,50 ن | 1 | بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(1,0,1)$ و أن شعاعها يساوي $\sqrt{3}$.

0,75 ن | 2 | أ | بين أن : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ و تحقق من أن : $x-z-2=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

1,00 ن | 2 | ب | تحقق من أن : $d(\Omega,(ABC))=\sqrt{2}$ ثم بين أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها 1 .

3 | ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω العمودي على المستوى (ABC) .

0,25 ن | 3 | أ | بين أن : $\begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases}$; $(t\in\mathbb{R})$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) .

0,25 ن | 3 | ب | بين أن مثلوث إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (ABC) هو $(2,0,0)$.

0,25 ن | 3 | ج | استنتج مركز الدائرة (Γ) .

التمرين الثاني : (3 ن)

0,75 ن | 1 | حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-12z+61=0$

2 | نعتبر المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2})$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي : a و b و c بحيث : $a=6-5i$ و $b=4-2i$ و $c=2+i$.

0,50 ن | 2 | أ | أحسب $\frac{a-c}{b-c}$ و استنتج أن النقط A و B و C مستقيمية .

نعتبر الإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ حيث لحق $\vec{u}$ هو $(1+5i)$

0,50 ن | 2 | ب | تحقق أن لحق النقطة D صورة النقطة C بالإزاحة T هو $d=3+6$.

0,75 ن | 2 | ج | بين أن : $\frac{d-c}{b-c}=-1+i$ و أن : $\frac{3\pi}{4}$ عمدة للعدد العقدي $-1+i$

0,50 ن | 2 | د | استنتج قياسا للزاوية الموجهة $(\widehat{\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}})$.

التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي كيس على ثماني بيدقات : بيدقة واحدة تحمل العدد 0 و خمس بيدقات تحمل العدد 1 و بيدقتان تحملان العدد 2 (لا يمكن التمييز بينها باللمس) .

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس و نعتبر الأحداث التالية :

A: " الحصول على ثلاث بيدقات تحمل أعدادا مختلفة مثنى مثنى " .

B: " مجموع الأعداد التي تحملها البيدقات المسحوبة يساوي 5 "

C: " مجموع الأعداد التي تحملها البيدقات المسحوبة يساوي 4 " .

3,00 ن | بين أن : $p(A)=\frac{5}{28}$ و $p(B)=\frac{5}{56}$ و $p(C)=\frac{3}{8}$

التمرين الرابع : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{10}{11}u_n + \frac{12}{11} \ ; \ (\forall n\epsilon\mathbb{N}) \\ u_0 = 11 \end{cases}$

0,25 ن | 1 | تحقق من أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}) \ ; \ u_{n+1} - 12 = \frac{10}{11}(u_n - 12)$

0,50 ن | 2 | أ | بين بالترجع أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}) \ ; \ u_n < 12$

0,50 ن | 2 | ب | بين أن المتتالية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ تزايدية قطعا .

0,25 ن | 2 | ج | استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ متقاربة.

| 3 | لتكن $(v_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ المتتالية العددية بحيث : $v_n = u_n - 12 \ ; \ (\forall n\epsilon\mathbb{N})$.

0,75 ن | 3 | أ | بين أن المتتالية $(v_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\frac{10}{11}$ ثم أكتب v_n بدلالة n .

0,75 ن | 3 | ب | بين أن : $u_n = 12 - \left(\frac{10}{11}\right)^n \ ; \ (\forall n\epsilon\mathbb{N})$ ثم أحسب النهاية $\lim\limits_{n\infty} u_n$

التمرين الخامس : (8 ن)

I | لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^2 - 1 + 2x^2 \ln x$

0,75 ن | I | 1 | بين أن : (x^2-1) و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الإشارة على $]0;1[$.
ثم استنتج أن : $\forall x \epsilon]0;1] \ ; \ g(x) \leq 0$

0,75 ن | I | 2 | بين أن (x^2-1) و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الإشارة على $]1;+\infty[$
ثم استنتج أن : $\forall x \epsilon [1;+\infty[\ ; \ g(x) \geq 0$

II | نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $f(x) = (x^2-1)\ln x$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $3\ cm^2$)

0,50 ن | II | 1 | أ | بين أن : $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ و أوّل النتيجة هندسيا .

1,00 ن | II | 1 | ب | أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$
و استنتج أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه .

1,25 ن | II | 2 | أ | بين أن : $\forall x \epsilon]0;+\infty[\ ; \ f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ (و أوّل هندسيا النتيجة $f'(1) = 0$).

0,50 ن | II | 2 | ب | استنتج أن الدالة f تناقصية على المجال $]0;1]$ و تزايدية على المجال $[1;+\infty[$.

0,50 ن | II | 2 | ج | إعط جدول تغيرات الدالة f على $]0;+\infty[$ ثم بين أن : $\forall x \epsilon]0;+\infty[\ ; \ f(x) \geq 0$.

1,00 ن | II | 3 | أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0,50 ن | II | 4 | أ | بين أن : $u : x \to \frac{x^3}{3} - x$ دالة أصلية للدالة $v : x \to x^2 - 1$ على $\mathbb{R}$.

1,00 ن | II | 4 | ب | باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_1^2 (x^2-1)\ln x \, dx = \frac{2}{9}(1 + 3\ln 2)$

0,25 ن | II | 4 | ج | أحسب بـ cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C})$ و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 2$.

الامتحان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريا
الدورة الاستدراكية 2012

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

مادة الرياضيات
العلوم التجريبية بمسالكها
العلوم التكنولوجية بمسلكيها
مدة الانجاز 3h - المعامل 7

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط : $A(-3,0,0)$ و $B(0,0,-3)$ و $C(0,2,-2)$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,1,1)$ و شعاعها هو 3

1,25 ن | 1 | أ | بين أن : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=6\vec{i}-3\vec{j}+6\vec{k}$
ثم استنتج أن $2x-y+2z+6=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

0,75 ن | 1 | ب | أحسب $d(\Omega,(ABC))$ و استنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) .

| 2 | ليكن (D) المستقيم المار من Ω و العمودي على (ABC) .

0,50 ن | 2 | أ | بين أن : $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=1+2t\end{cases}\ ;\ (t\in\mathbb{R})$ تمثيل بارامتري للمستقيم (D) .

0,50 ن | 2 | ب | بين أن مثلوث إحداثيات H نقطة تماس المستوى (ABC) و الفلكة (S) هو $(-1,2,-1)$.

التمرين الثاني : (3 ن)

| 1 | نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c بحيث : $a=(2-i)$ و $b=(6-7i)$ و $c=(8+3i)$

0,75 ن | 1 | أ | بين أن : $\frac{c-a}{b-a}=i$

0,75 ن | 1 | ب | استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين و قائم الزاوية في A .

| 2 | ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق M' صورة M بالدوران $\mathcal{R}$ الذي مركزه النقطة Ω منتصف $[BC]$ و زاويته $\frac{-\pi}{2}$

0,50 ن | 2 | أ | تحقق من أن لحق النقطة Ω هو $\omega=(7-2i)$.

0,75 ن | 2 | ب | بين أن : $z'=-iz+9+5i$

0,25 ن | 2 | ج | بين أن النقطة C هي صورة النقطة A بالدوران $\mathcal{R}$.

التمرين الثالث : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases}u_{n+1}=\dfrac{4u_n+3}{3u_n+4}\\u_0=3\end{cases}\ ;\ (\forall n\in\mathbb{N})$

0,50 ن | 1 | بين بالترجع أن : $u_n>1\ ;\ (\forall n\in\mathbb{N})$.

| 2 | نضع : $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+1}\ ;\ (\forall n\in\mathbb{N})$

0,50 ن | 2 | أ | تحقق من أن : $1-v_n=\dfrac{2}{u_n+1}\ ;\ (\forall n\in\mathbb{N})$ و استنتج أن : $1-u_n>0\ ;\ (\forall n\in\mathbb{N})$

0,50 ن | 2 | ب | بين أن : $u_n=\dfrac{1+v_n}{1-v_n}\ ;\ (\forall n\in\mathbb{N})$

1,00 ن | 3 | أ | بين أن المتتالية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\frac{1}{7}$ و اكتب v_n بدلالة n .

0,50 ن | 3 | ب | بين أن : $\lim\limits_{n\infty} v_n = 0$ ثم استنتج نهاية المتتالية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$.

التمرين الرابع : (3 ن)

يحتوي صندوق على خمس كرات حمراء و أربع كرات بيضاء و ثلاث كرات خضراء
(لا يمكن التمييز بينها باللمس)
نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق .

1,00 ن | 1 | بين ان احتمال الحصول على ثلاث كرات حمراء هو $\frac{1}{22}$.

1,00 ن | 2 | بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون هو $\frac{3}{44}$.

1,00 ن | 3 | بين أن احتمال الحصول على كرة حمراء واحدة على الأقل هو $\frac{37}{44}$.

التمرين الخامس : (8 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = x + \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

و $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل لـ f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

0,75 ن | 1 | بين أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R})$; $f(-x) = -f(x)$ و استنتج أن O مركز تماثل المنحنى $(\mathscr{C})$.

0,50 ن | 2 | تحقق من أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R})$; $f(x) = x + 1 - \frac{2}{e^x + 1}$
(يستحسن استعمال هذه الصيغة لـ $f(x)$ لمعالجة الأسئلة الموالية)

1,25 ن | 3 | أ | بين أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R})$; $f'(x) = 1 + \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2}$ و تحقق أن : $f'(0) = \frac{3}{2}$.

0,50 ن | 3 | ب | بين أن الدالة f تزايدية على $\mathbb{R}$.

0,50 ن | 3 | ج | بين أن $y = \frac{3}{2}x$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس المنحنى $(\mathscr{C})$ في النقطة O .

0,50 ن | 4 | أ | بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

0,50 ن | 4 | ب | أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\big(f(x) - (x+1)\big)$ و استنتج أن $(D) : y = x + 1$ مقارب لـ $(\mathscr{C})$ بجوار $+\infty$

0,25 ن | 4 | ج | بين أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يوجد تحت المستقيم (D) .

1,50 ن | 5 | أنشئ المستقيمين (D) و (T) و المنحنى $(\mathscr{C})$ (نذكر أن O مركز تماثل $(\mathscr{C})$).

0,75 ن | 6 | أ | بين أن الدالة : $H : x \to x - \ln(e^x + 1)$ دالة أصلية للدالة $h : x \to \frac{1}{e^x+1}$ على $\mathbb{R}$.

0,50 ن | 6 | ب | استنتج أن : $\int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^x + 1}\,dx = \ln 4 - \ln 3$

0,50 ن | 6 | ج | أحسب مساحة حيز المستوى المحصور بين $(\mathscr{C})$ و (D) و المستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x = 0$ و $x = \ln 2$.

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(-1,1,0)$ و $B(1,0,1)$ و $\Omega(1,1,-1)$ و الفلكة (S) التي مركزها Ω و شعاعها 3 .

1,00 ن — 1 — أ — بين أن : $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ و تحقق من أن $x+y-z=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) .

1,00 ن — 1 — ب — تحقق من أن : $d(\Omega,(OAB))=\sqrt{3}$ ثم بين أن المستوى (OAB) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها $\sqrt{6}$

2 — ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω و العمودي على المستوى (OAB) .

0,50 ن — 2 — أ — بين أن : $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-1-t\end{cases}$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) .

0,50 ن — 2 — ب — حدد مثلوث إحداثيات مركز الدائرة (Γ) .

التمرين الثاني : (3 ن)

نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c بحيث :
$a=7+2i$ و $b=4+8i$ و $c=-2+5i$.

0,75 ن — 1 — أ — تحقق من أن : $(1+i)(-3+6i)=-9+3i$ و بين أن : $\dfrac{c-a}{b-a}=1+i$

1,00 ن — 1 — ب — استنتج أن : $AC=AB\cdot\sqrt{2}$ واعط قياسا للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$.

2 — ليكن $\mathcal{R}$ الدوران الذي مركزه B و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

0,75 ن — 2 — أ — بين أن لحق النقطة D صورة النقطة A بالدوران $\mathcal{R}$ هو : $d=10+11i$.

0,50 ن — 2 — ب — أحسب $\dfrac{d-c}{b-c}$ و استنتج أن النقط B و C و D مستقيمية .

التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي صندوق على 10 كرات :
خمس منها حمراء و ثلاث كرات خضراء و كرتان بيضاوين (لا يمكن التمييز بينها باللمس)
نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق .
نعتبر الحدثين A و B المعرفين بما يلي :
A : " الحصول على كرتان حمراوين و كرتين خضراوين "
B : " لا توجد أية كرة بيضاء من بين الكرات الأربع المسحوبة "

1,50 ن — 1 — بين أن : $p(A)=\dfrac{1}{7}$ و $p(B)=\dfrac{1}{3}$

2 — ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المسحوبة .

0,25 ن — 2 — أ — تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي : 0 و 1 و 2 .

1,25 ن | 2 | ب | بين أن : $p[X=1]=\frac{8}{15}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الرابع : (3 ن)

لتكن $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}^*}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1}=\dfrac{25}{10-u_n} \; ; \; (\forall n\epsilon\mathbb{N}^*) \\ u_1=0 \end{cases}$$

1,00 ن | 1 | تحقق من أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}^*) \; ; \; 5-u_{n+1}=\dfrac{5(5-u_n)}{5+(5-u_n)}$

و بين بالترجع أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}^*) \; ; \; 5-u_n>0$.

نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n\epsilon\mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}^*) \; ; \; v_n=\dfrac{5}{5-u_n}$

0,75 ن | 2 | أ | بين أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}^*) \; ; \; v_{n+1}=\dfrac{10-u_n}{5-u_n}$

ثم تحقق من أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}^*) \; ; \; v_{n+1}-v_n=1$

1,00 ن | 2 | ب | بين أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}^*) \; ; \; v_n=n$ و استنتج أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}^*) \; ; \; u_n=5-\dfrac{5}{n}$

0,25 ن | 2 | ج | حدد : $\lim\limits_{n\infty} u_n$

التمرين الخامس : (8 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=(x-2)^2e^x$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O,\vec{i},\vec{j})$. (الوحدة $1\ cm$)

0,75 ن | 1 | بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$

ثم استنتج أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يقبل بجوار $+\infty$ فرعا شلجميا يتم تحديد اتجاهه .

0,25 ن | 2 | أ | تحقق من أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R}) \; ; \; f(x)=x^2e^x-4xe^x+4e^x$

0,50 ن | 2 | ب | بين أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ ثم أوّل النتيجة هندسيا (نذكر أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} x^ne^x=0$)

0,75 ن | 3 | أ | بين أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R}) \; ; \; f'(x)=x(x-1)e^x$

1,00 ن | 3 | ب | بين أن f تزايدية على كل من $]-\infty;0]$ و $[2;+\infty[$ و أن f تناقصية على $[0;2]$.

ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

1,00 ن | 4 | أ | بين أن : $(\forall x\epsilon\mathbb{R}) \; ; \; f''(x)=(x^2-2)e^x$ ثم استنتج أن للمنحنى $(\mathscr{C})$ نقطتي انعطاف تحديد أرتوبيهما غير مطلوب .

1,00 ن | 4 | ب | أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0,50 ن | 5 | أ | بين أن $H:x\longmapsto(x-1)e^x$ دالة أصلية للدالة $h:x\longmapsto xe^x$ على $\mathbb{R}$

ثم احسب $\int_0^1 xe^x\,dx$

0,75 ن | 5 | ب | باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^1 x^2e^x\,dx=e-2$

0,50 ن | 5 | ج | بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C})$ و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=1$ هي : $5(e-2)\ cm^2$.

0,50 ن | 6 | استعمل المنحنى $(\mathscr{C})$ لإعطاء حلول المعادلة $x^2=e^{-x}+4x-4$ مع $(x\epsilon\mathbb{R})$.

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية **2014**

الموضوع

NS 22

المادة	**الرياضيات**	**مدة الإنجاز**	**3**
الشعبة أو المسلك	**شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها**	**المعامل**	**7**

تعليمات عامة

- **يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛**
- **عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛**
- **يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛**
- **ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛**
- **بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .**

مكونات الموضوع

- **يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :**

التمرين الأول	**الهندسة الفضائية**	**3 نقط**
التمرين الثاني	**الأعداد العقدية**	**3 نقط**
التمرين الثالث	**المتتاليات العددية**	**3 نقط**
التمرين الرابع	**حساب الاحتمالات**	**3 نقط**
المسألة	**دراسة دالة وحساب التكامل**	**8 نقط**

- **بالنسبة للمسألة ،** $\ln$ **يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري**

الموضوع

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقط $A(0,3,1)$ و $B(-1,3,0)$ و $C(0,5,0)$ و الفلكة (S) التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-4x-5=0$

0.75 **1) أ-** بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=2\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$ واستنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية

0.5 **ب-** بين أن $2x-y-2z+5=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

0.5 **2) أ-** بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(2,0,0)$ و أن شعاعها هو 3

0.75 **ب-** بين أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S)

0.5 **ج-** حدد مثلوث إحداثيات H نقطة تماس المستوى (ABC) و الفلكة (S)

التمرين الثاني : (3 ن)

0.75 **1)** حل في مجموعة الأعداد العقدية **C** المعادلة : $z^2-z\sqrt{2}+2=0$

2) نعتبر العدد العقدي $u=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}i$

0.5 **أ-** بين أن معيار العدد u هو $\sqrt{2}$ و أن $\arg u\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$

0.75 **ب-** باستعمال كتابة العدد u على الشكل المثلثي ، بين أن u^6 عدد حقيقي

3) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما a و b بحيث $a=4-4i\sqrt{3}$ و $b=8$

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{3}$

0.5 **أ-** عبر عن z' بدلالة z

0.5 **ب -** تحقق من أن B هي صورة A بالدوران R و استنتج أن المثلث OAB متساوي الأضلاع

التمرين الثالث : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=13$ و $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+7$ لكل n من IN

0.75 **1)** بين بالترجع أن $u_n<14$ لكل n من IN

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث : $v_n=14-u_n$ لكل n من IN

1 **أ-** بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم اكتب v_n بدلالة n

0.75 **ب-** استنتج أن $u_n=14-\left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من IN ثم احسب نهاية المتتالية (u_n)

0.5 **ج-** حدد أصغر قيمة للعدد الصحيح الطبيعي n التي يكون من أجلها $u_n>13,99$

التمرين الرابع : (3 ن)

يحتوي كيس على تسع بيدقات لا يمكن التمييز بينها باللمس وتحمل الأعداد : 0 و0 و0 و0 و0 و1 و1 و1 و1

1 **1) نسحب عشوائيا و في آن واحد بيدقتين من الكيس**

ليكن A الحدث : " مجموع العددين اللذين تحملاهما البيدقتين المسحوبتين يساوي 1 "

بين أن $p(A)=\frac{5}{9}$

2) نعتبر اللعبة التالية : يسحب سعيد عشوائيا و في آن واحد بيدقتين من الكيس و يعتبر فائزا إذا سحب بيدقتين تحمل كل واحدة منهما العدد 1

1 **أ- بين أن احتمال فوز سعيد هو $\frac{1}{6}$**

1 **ب- لعب سعيد اللعبة السابقة ثلاث مرات (يعيد سعيد البيدقتين المسحوبتين إلى الكيس في كل مرة)**

ما هو الاحتمال لكي يفوز سعيد مرتين بالضبط ؟

المسألة : (8 ن)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=1-\frac{1}{x^2}+\ln x$

0.5 **1) بين أن $g'(x)=\frac{2}{x^3}+\frac{1}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$ و استنتج أن الدالة g تزايدية على $]0,+\infty[$**

0.75 **2) تحقق من أن $g(1)=0$ ثم استنتج أن $g(x)\le 0$ لكل x من $]0,1]$ و $g(x)\ge 0$ لكل x من $[1,+\infty[$**

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=(1+\ln x)^2+\frac{1}{x^2}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $1\,cm$)

0.5 **1) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ و أول هندسيا النتيجة**

0.25 **2) أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$**

1 **ب- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(1+\ln x)^2}{x}=0$ (يمكنك وضع $t=\sqrt{x}$) ثم بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$**

0.25 **ج- حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$**

1.5 **3) أ- بين أن $f'(x)=\frac{2\,g(x)}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$ ثم استنتج أن الدالة f تناقصية على $]0,1]$ و تزايدية على $[1,+\infty[$**

1 **ب- ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0,+\infty[$ ثم استنتج أن $f(x)\ge 2$ لكل x من $]0,+\infty[$**

0.75 **4) أنشئ (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة تحديدها غير مطلوب)**

5) نعتبر التكاملين I و J التاليين : $I=\int_1^e(1+\ln x)\,dx$ و $J=\int_1^e(1+\ln x)^2\,dx$

0.5 **أ- بين أن $H:x\mapsto x\ln x$ دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto 1+\ln x$ على $]0,+\infty[$ ثم استنتج أن $I=e$**

0.5 **ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $J=2e-1$**

0.5 **ج- احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$**

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2016
- الموضوع -

★★

β

RS 22

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	7

تعليمات عامة

- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الثاني	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
مسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل	8 نقط

- بالنسبة للمسألة ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16}$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.5 1) أ- بين بالترجع أن $u_n > 1$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.5 ب- تحقق من أن $u_{n+1} - u_n = -\frac{15}{16}(u_n - 1)$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم بين أن المتتالية (u_n) تناقصية .

0.25 ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث $v_n = u_n - 1$ لكل n من $\mathbb{N}$

1 أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{16}$ و اكتب v_n بدلالة n

0.75 ب- بين أن $u_n = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم حدد نهاية المتتالية (u_n)

التمرين الثاني : (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقطتين $A(1,3,4)$ و $B(0,1,2)$

0.5 1) أ- بين أن $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$

0.5 ب- بين أن $2x - 2y + z = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) .

0.5 2) لتكن الفلكة (S) التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$

بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(3,-3,3)$ و شعاعها 5

0.75 3) أ- بين أن المستوى (OAB) مماس للفلكة (S)

0.75 ب- حدد مثلوث إحداثيات H نقطة تماس المستوى (OAB) و الفلكة (S)

التمرين الثالث : (3 ن)

0.75 1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 8z + 41 = 0$

2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$، النقط A و B و C و Ω التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c و ω بحيث $a = 4 + 5i$ و $b = 3 + 4i$ و $c = 6 + 7i$ و $\omega = 4 + 7i$

0.75 أ- احسب $\frac{c-b}{a-b}$ و استنتج أن النقط A و B و C مستقيمية .

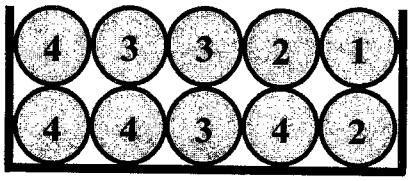
0.75 ب- ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه Ω و زاويته $-\frac{\pi}{2}$

بين أن $z' = -iz - 3 + 11i$

0.75 ج- حدد صورة النقطة C بالدوران R ثم أعط شكلا مثلثيا للعدد $\frac{a-\omega}{c-\omega}$

التمرين الرابع : (3 ن)

يحتوي صندوق على 10 كرات تحمل الأعداد : 1 و 2 و 2 و 3 و 3 و 3 و 4 و 4 و 4 و 4
(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .



نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق.

1 1) ليكن A الحدث : " الحصول على كرتين تحملان عددين زوجيين ".
بين أن : $p(A)=\frac{1}{3}$

2 2) نكرر التجربة السابقة ثلاث مرات بحيث نعيد الكرتين المسحوبتين إلى الصندوق بعد كل تجربة .
ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد المرات التي يتحقق فيها الحدث A
بين أن $p(X=1)=\frac{4}{9}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

مسألة : (8 ن)

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=\frac{2}{x}-1+2\ln x$

الجدول جانبه هو جدول تغيرات الدالة g على $]0,+\infty[$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖ $+\infty$	↘	$g(1)$	↗	$+\infty$

0.25 1) احسب $g(1)$

0.75 2) استنتج انطلاقا من الجدول أن: $g(x)>0$ لكل x من $]0,+\infty[$

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=3-3x+2(x+1)\ln x$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $2\ cm$)

0.75 1) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=-\infty$ و أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة .

0.5 2) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ (لحساب النهاية يمكنك كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=x\left[\frac{3}{x}-3+2\left(1+\frac{1}{x}\right)\ln x\right]$)

0.5 ب- بين أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$

0.75 3) أ- بين أن $f'(x)=g(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$

0.75 ب- استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على $]0,+\infty[$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0,+\infty[$

0.5 4) أ- بين أن $I(1\ ,\ 0)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C)

0.25 ب- بين أن $y=x-1$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) في النقطة I

0.75 ج- أنشئ ، في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$، المستقيم (T) و المنحنى (C)

0.5 5) أ- بين أن $\int_1^2\left(1+\frac{x}{2}\right)dx=\frac{7}{4}$

0.75 ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\int_1^2(x+1)\ln x\,dx=4\ln 2-\frac{7}{4}$

0.5 ج- احسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=2$

0.5 6) حل مبيانيا المتراجحة : $(x+1)\ln x\geq\frac{3}{2}(x-1)$; $x\in]0,+\infty[$

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية **2014**

الموضوع

RS 22

المادة	**الرياضيات**	**مدة الإنجاز**	**3**
الشعبة أو المسلك	**شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها**	**المعامل**	**7**

تعليمات عامة

- **يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛**
- **عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات و مكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان)؛**
- **يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛**
- **ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛**
- **بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .**

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	**الهندسة الفضائية**	**3 نقط**
التمرين الثاني	**المتتاليات العددية**	**3 نقط**
التمرين الثالث	**حساب الاحتمالات**	**3 نقط**
التمرين الرابع	**الأعداد العقدية**	**3 نقط**
التمرين الخامس	**دراسة دالة وحساب التكامل**	**8 نقط**

الـمـوضــوع

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر،في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقطة $A(0,0,1)$ و المستوى (P) الذي معادلته $2x+y-2z-7=0$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(0,3,-2)$ و شعاعها هو 3

0.5 **1)** أ- بين أن : $(t\in IR)$ $\begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=1-2t \end{cases}$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) المار من النقطة A والعمودي على (P)

0.5 ب- تحقق من أن $H(2,1,-1)$ هي نقطة تقاطع المستوى (P) والمستقيم (Δ)

0.75 **2)** أ- بين أن $\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}=3(\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k})$ حيث $\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$

0.5 ب- بين أن مسافة النقطة Ω عن المستقيم (Δ) تساوي 3

0.75 ج- استنتج أن المستقيم (Δ) مماس للفلكة (S) و تحقق من أن H هي نقطة تماس المستقيم (Δ) و الفلكة (S)

التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in IN^*}$ المعرفة بما يلي : $u_1=5$ و $u_{n+1}=\dfrac{5u_n-4}{1+u_n}$ لكل n من IN^*

0.75 **1)** بين بالترجع أن $u_n>2$ لكل n من IN^*

2) نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n\in IN^*}$ المعرفة بما يلي : $v_n=\dfrac{3}{u_n-2}$ لكل n من IN^*

1 أ- بين أن $v_{n+1}=\dfrac{1+u_n}{u_n-2}$ لكل n من IN^* ثم بين أن المتتالية $(v_n)_{n\in IN^*}$ حسابية أساسها 1

0.75 ب- اكتب v_n بدلالة n و استنتج أن $u_n=2+\dfrac{3}{n}$ لكل n من IN^*

0.5 ج- حدد $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

التمرين الثالث (3 ن)

لتحديد سؤالي اختبار شفوي خاص بمباراة توظيف، يسحب مترشح، عشوائيا ، بالتتابع و بدون إحلال بطاقتين من صندوق يحتوي على 10 بطاقات : ثمان بطاقات تتعلق بمادة الرياضيات و بطاقتان تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية (نعتبر أنه لا يمكن التمييز بين البطاقات باللمس).

1.5 **1)** نعتبر الحدث A : " سحب بطاقتين تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية "
و الحدث B : " سحب بطاقتين تتعلقان بمادتين مختلفتين "

بين أن $p(A)=\dfrac{1}{45}$ و $p(B)=\dfrac{16}{45}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد البطاقات المسحوبة المتعلقة بمادة اللغة الفرنسية

0.25 أ- تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2

1.25 ب- بين أن $p(X=0)=\dfrac{28}{45}$ ثم أعط قانون احتمال X

التمرين الرابع (3 ن)

0.75 **1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة :** $z^2-4z+5=0$

2) نعتبر ،في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$ **،النقط** A **و** B **و** C **و** D

و Ω **التي ألحاقها على التوالي هي :** $a=2+i$ **و** $b=2-i$ **و** $c=i$ **و** $d=-i$ **و** $\omega=1$

0.25 **أ- بين أن** $\dfrac{a-\omega}{b-\omega}=i$

0.5 **ب- استنتج أن المثلث** ΩAB **قائم الزاوية و متساوي الساقين في** Ω

3) ليكن z **لحق نقطة** M **من المستوى و** z' **لحق النقطة** M' **صورة** M **بالدوران** R **الذي مركزه** Ω **و زاويته** $\dfrac{\pi}{2}$

0.5 **أ- بين أن :** $z'=iz+1-i$

0.5 **ب- تحقق من أن** $R(A)=C$ **و** $R(D)=B$

0.5 **ج- بين أن النقط** A **و** B **و** C **و** D **تنتمي إلى نفس الدائرة محددا مركزها**

التمرين الخامس (8 ن)

نعتبر الدالة العددية f **المعرفة على** $\mathbb{R}$ **بما يلي :** $f(x)=\left(xe^x-1\right)e^x$

و ليكن (C) **المنحنى الممثل للدالة** f **في معلم متعامد ممنظم** $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ **(الوحدة :** $2\ cm$ **)**

0.75 **1) بين أن** $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ **و أول النتيجة هندسيا**

0.75 **2) أ- بين أن** $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ **و أن** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$

0.5 **ب- استنتج أن المنحنى** (C) **يقبل فرعا شلجميا بجوار** $+\infty$ **يتم تحديد اتجاهه**

1 **3) أ- بين أن** $f'(x)=e^x\left(e^x-1+2xe^x\right)$ **لكل** x **من** $\mathbb{R}$ **ثم تحقق من أن** $f'(0)=0$

0.5 **ب- بين أن** $e^x-1\geq 0$ **لكل** x **من** $[0,+\infty[$ **و أن** $e^x-1\leq 0$ **لكل** x **من** $]-\infty,0]$

1.25 **ج- بين أن الدالة** f **تزايدية على** $[0,+\infty[$ **و تناقصية على** $]-\infty,0]$ **ثم ضع جدول تغيرات الدالة** f **على** $\mathbb{R}$

0.75 **4) أ- بين أن المعادلة** $f(x)=0$ **تقبل حلا وحيدا** α **في** $[0,+\infty[$ **و أن** $\dfrac{1}{2}<\alpha<1$ **(نقبل أن** $\dfrac{1}{2}e^{\frac{1}{2}}<1$ **)**

0.75 **ب- أنشئ** (C) **في المعلم** $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ **(نقبل أن للمنحنى** (C) **نقطة انعطاف وحيدة غير مطلوب تحديدها)**

0.75 **5) باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن** $\int_0^{\frac{1}{2}}xe^{2x}dx=\dfrac{1}{4}$

1 **6) احسب ب** cm^2 **مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى** (C) **و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما** $x=0$ **و** $x=\dfrac{1}{2}$

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⵏ ⵜⵎⴰⵡⴰⵙⵜ
ⴰ ⵙⵓⵔⵉⵖ ⴰⵙⵙⵓⵍ

المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2016

- الموضوع -

NS 22

★★

Φ

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	7

تعليمات عامة

- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	المتتاليات العددية	2.5 نقط
التمرين الثاني	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
مسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل	8.5 نقط

- بالنسبة للمسألة ، ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول : (2.5 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{3 + u_n}{5 - u_n}$ لكل n من IN

0.75 1) تحقق من أن $u_{n+1} - 3 = \frac{4(u_n - 3)}{2 + (3 - u_n)}$ لكل n من IN ثم بين بالترجع أن $u_n < 3$ لكل n من IN

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $v_n = \frac{u_n - 1}{3 - u_n}$ لكل n من IN

0.75 أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم استنتج أن $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من IN

0.5 ب- بين أن $u_n = \frac{1 + 3v_n}{1 + v_n}$ لكل n من IN ثم اكتب u_n بدلالة n

0.5 ج- حدد نهاية المتتالية (u_n)

التمرين الثاني: (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$، النقط $A(2, 1, 3)$ و $B(3, 1, 1)$ و $C(2, 2, 1)$ و الفلكة (S) التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 34 = 0$

0.5 1) أ- بين أن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

0.5 ب- استنتج أن $2x + 2y + z - 9 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

0.5 2) أ- بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(1, -1, 0)$ و أن شعاعها هو 6

0.5 ب- بين أن $d(\Omega, (ABC)) = 3$ و استنتج أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ)

0.5 3) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من النقطة Ω و العمودي على المستوى (ABC)

0.5 ب- بين أن مركز الدائرة (Γ) هو النقطة B

التمرين الثالث: (3 ن)

0.75 1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 4z + 29 = 0$

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$، النقط Ω و A و B التي ألحاقها على التوالي هي ω و a و b بحيث $\omega = 2 + 5i$ و $a = 5 + 2i$ و $b = 5 + 8i$

0.75 أ- ليكن u العدد العقدي بحيث $u = b - \omega$

تحقق من أن $u = 3 + 3i$ ثم بين أن $\arg u \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$

0.25 ب- حدد عمدة للعدد العقدي $\bar{u}$ ($\bar{u}$ يرمز لمرافق العدد العقدي u)

0.75 ج- تحقق من أن $a - \omega = \bar{u}$ ثم استنتج أن $\Omega A = \Omega B$ و أن $\arg\left(\frac{b - \omega}{a - \omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

0.5 د- نعتبر الدوران R الذي مركزه Ω و زاويته $\frac{\pi}{2}$

حدد صورة النقطة A بالدوران R

HAJ

التمرين الرابع: (3 ن)

يحتوي صندوق على 10 كرات : أربع كرات حمراء و ست كرات خضراء .
(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق .

1 | 1) ليكن A الحدث : " الكرتان المسحوبتان حمراوان " .
بين أن $p(A)=\frac{2}{15}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المتبقية في الصندوق بعد سحب الكرتين.

0.5 | أ- بين أن مجموعة القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي $\{2,3,4\}$

1.5 | ب- بين أن $p(X=3)=\frac{8}{15}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

مسألة: (8,5 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=2x-2+e^{2x}-4e^{x}$
و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $1\,cm$)

0.25 | I-1) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

0.5 | ب- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=2x-2$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

0.5 | 2) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.5 | ب- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=+\infty$ ثم أول هندسيا النتيجة .

0.5 | 3) أ- بين أن $f'(x)=2\left(e^{x}-1\right)^2$ لكل x من $\mathbb{R}$

0.25 | ب- ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ (لاحظ أن $f'(0)=0$)

0.75 | ج- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $]1\,,\ln 4[$ بحيث $f(\alpha)=0$

0.5 | 4) أ- بين أن المنحنى (C_f) يوجد فوق المستقيم (D) على المجال $]\ln 4,+\infty[$ وتحت المستقيم (D) على المجال $]-\infty,\ln 4[$

0.5 | ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثيتيها هو $(-5\,,0)$

0.75 | ج- أنشئ المستقيم (D) و المنحنى (C_f) في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نأخذ $\ln 4\approx 1,4$ و $\alpha\approx 1,3$)

0.5 | 5) أ- بين أن $\int_0^{\ln 4}\left(e^{2x}-4e^{x}\right)dx=-\frac{9}{2}$

0.5 | ب- احسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم (D) و محور الأراتيب و المستقيم الذي معادلته $x=\ln 4$

0.5 | II-1) أ- حل المعادلة التفاضلية (E) : $y''-3y'+2y=0$

0.5 | ب- حدد الحل g للمعادلة (E) الذي يحقق الشرطين $g(0)=-3$ و $g'(0)=-2$

2) لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال $]\ln 4,+\infty[$ بما يلي : $h(x)=\ln\left(e^{2x}-4e^{x}\right)$

0.75 | أ- بين أن الدالة h تقبل دالة عكسية h^{-1} و أن h^{-1} معرفة على $\mathbb{R}$

0.75 | ب- تحقق من أن $h(\ln 5)=\ln 5$ ثم حدد $\left(h^{-1}\right)'(\ln 5)$

HAJ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية **2015**
- الموضوع -

RS 22

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	7

تعليمات عامة

- **يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛**
- **عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛**
- **يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛**
- **ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛**
- **بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .**

مكونات الموضوع

- **يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :**

التمرين الأول	**الهندسة الفضائية**	**3 نقط**
التمرين الثاني	**الأعداد العقدية**	**3 نقط**
التمرين الثالث	**حساب الاحتمالات**	**3 نقط**
المسألة	**دراسة دالة عددية وحساب التكامل والمتتاليات العددية**	**11 نقط**

- **بالنسبة للمسألة ،** $\ln$ **يرمز للوغاريتم النبيري**

التمرين الأول (3 ن):

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، المستوى (P) الذي معادلته $x+y+z+4=0$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,-1,-1)$ و شعاعها $\sqrt{3}$

0.75 **1- أ)** احسب المسافة $d(\Omega,(P))$ و استنتج أن المستوى (P) مماس للفلكة (S)

0.5 **ب)** تحقق من أن النقطة $H(0,-2,-2)$ هي نقطة تماس المستوى (P) و الفلكة (S)

2- نعتبر النقطتين $A(2,1,1)$ و $B(1,0,1)$

0.75 **أ)** تحقق من أن $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$ و استنتج أن $x-y-z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB)

0.5 **ب)** حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على المستوى (OAB)

0.5 **ج)** حدد مثلوث إحداثيات كل نقطة من نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S)

التمرين الثاني (3 ن):

0.75 **1-** حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2+10z+26=0$

2- نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، النقط A و B و C و Ω التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c و ω بحيث : $a=-2+2i$ و $b=-5+i$ و $c=-5-i$ و $\omega=-3$

0.5 **أ)** بين أن $\dfrac{b-\omega}{a-\omega}=i$

0.5 **ب)** استنتج طبيعة المثلث ΩAB

3- لتكن النقطة D صورة النقطة C بالإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ التي لحقها $6+4i$

0.5 **أ)** بين أن اللحق d للنقطة D هو $1+3i$

0.75 **ب)** بين أن : $\dfrac{b-d}{a-d}=2$ و استنتج أن النقطة A هي منتصف القطعة $[BD]$

التمرين الثالث(3 ن) :

يحتوي صندوق على ثماني كرات: 3كرات حمراء و 3كرات خضراء و كرتان بيضاوان(لا يمكن التمييز بينها باللمس) نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق .

1.5 **1)** نعتبر الحدث A التالي : " الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل " .
و الحدث B التالي : " الحصول على كرتين من نفس اللون " .

بين أن $p(A)=\dfrac{13}{28}$ و $p(B)=\dfrac{1}{4}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة .

0.5 **أ)** بين أن $p(X=2)=\dfrac{1}{28}$

1 **ب)** حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E(X)$

المسألة (11 ن):

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x)=e^x-2x$

0.75 **1) احسب $g'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم استنتج أن g تناقصية على $]-\infty,\ln 2]$ و تزايدية على $[\ln 2,+\infty[$**

0.5 **2) تحقق من أن $g(\ln 2)=2(1-\ln 2)$ ثم حدد إشارة $g(\ln 2)$**

0.5 **3) استنتج أن $g(x)>0$ لكل x من $\mathbb{R}$**

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=\dfrac{x}{e^x-2x}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $1cm$)

1 **1) أ) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\dfrac{1}{2}$ (لاحظ أن $e^x-2x=x\left(\dfrac{e^x}{x}-2\right)$ لكل x من $\mathbb{R}^*$)**

0.5 **ب) أول هندسيا كل نتيجة من النتيجتين السابقتين .**

0.75 **2) أ) بين أن $f'(x)=\dfrac{(1-x)e^x}{(e^x-2x)^2}$ لكل x من $\mathbb{R}$**

0.75 **ب) ادرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم أعط جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$**

0.25 **ج) بين أن $y=x$ هي معادلة للمستقيم (T) المماس للمنحنى (C) في النقطة O أصل المعلم .**

1 **3) أنشئ، في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$، المستقيم (T) والمنحنى (C) (نأخذ $\dfrac{1}{e-2}\approx 1,4$ و نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف أفصول إحداهما ينتمي إلى المجال $[0,1[$ و أفصول الأخرى أكبر من $\dfrac{3}{2}$)**

0.75 **4) أ- بين أن $xe^{-x}\le\dfrac{x}{e^x-2x}\le\dfrac{1}{e-2}$ لكل x من المجال $[0,+\infty[$**

0.75 **ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\int_0^1 xe^{-x}dx=1-\dfrac{2}{e}$**

0.5 **ج- لتكن ، ب cm^2 ، $A(E)$ مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=1$**

بين أن $1-\dfrac{2}{e}\le A(E)\le\dfrac{1}{e-2}$

III- لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty,0]$ بما يلي : $h(x)=f(x)$

0.5 **1) بين أن الدالة h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده .**

0.5 **2) أنشئ ، في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، المنحنى $(C_{h^{-1}})$ الممثل للدالة h^{-1}**

IV- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0=-2$ و $u_{n+1}=h(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.5 **1) بين بالترجع أن $u_n\le 0$ لكل n من $\mathbb{N}$**

0.75 **2) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية (يمكنك ملاحظة ، مبيانيا ، أن $h(x)\ge x$ لكل x من المجال $]-\infty,0]$)**

0.75 **3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها .**

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵔⵙⵓ ⴰⵙⵎⵓⵍⵓ

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية **2015**
- الموضوع -

NS 22

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	7

تعليمات عامة

- **يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛**
- **عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛**
- **يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛**
- **ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛**
- **بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .**

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين ومسألة ، مستقلة فيما بينها ، وتتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل والمتتاليات العددية	11 نقطة

- بالنسبة للمسألة ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقطتين $A(2,1,0)$ و $B(-4,1,0)$

0.5 **1)** ليكن (P) المستوى المار من النقطة A و $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ متجهة منظمية عليه .
بين أن $x+y-z-3=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (P)

0.75 **2)** لتكن (S) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$
بين أن (S) هي الفلكة التي مركزها النقطة $\Omega(-1,1,0)$ و شعاعها 3

0.5 **3)** أ- احسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (P) ثم استنتج أن (P) يقطع (S) وفق دائرة (C)

0.5 ب- بين أن مركز الدائرة (C) هو النقطة $H(0,2,-1)$

0.75 **4)** بين أن $\overrightarrow{OH}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}+4\vec{j}+8\vec{k}$ ثم استنتج مساحة المثلث OHB

التمرين الثاني : (3 ن)

I- نعتبر العدد العقدي a بحيث $a=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$

0.5 **1)** بين أن معيار العدد العقدي a هو $2\sqrt{2+\sqrt{2}}$

0.25 **2)** تحقق من أن $a=2\left(1+\cos\frac{\pi}{4}\right)+2i\sin\frac{\pi}{4}$

0.25 **3)** أ- بإخطاط $\cos^2\theta$ ، حيث θ عدد حقيقي ، بين أن $1+\cos 2\theta=2\cos^2\theta$

0.5 ب- بين أن $a=4\cos^2\frac{\pi}{8}+4i\cos\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}$ (نذكر أن $\sin 2\theta=2\cos\theta\sin\theta$)

0.5 ج- بين أن $4\cos\frac{\pi}{8}\left(\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8}\right)$ هو شكل مثلثي للعدد a ثم بين أن $a^4=\left(2\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^4 i$

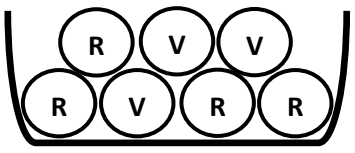
II- نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، النقطتين Ω و A اللتين لحقاهما على التوالي هما ω و a بحيث $\omega=\sqrt{2}$ و $a=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ و R الدوران الذي مركزه Ω و زاويته $\frac{\pi}{2}$

0.5 **1)** بين أن اللحق b للنقطة B صورة النقطة A بالدوران R هو $2i$

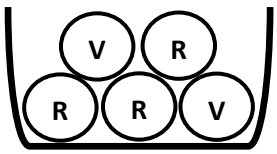
0.5 **2)** حدد مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث $|z-2i|=2$

التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي صندوق U_1 على 7 كرات : أربع كرات حمراء و ثلاث كرات خضراء (لا يمكن التمييز بينها باللمس)
و يحتوي صندوق U_2 على 5 كرات : ثلاث كرات حمراء و كرتان خضراوان (لا يمكن التمييز بينها باللمس)



الصندوق U_1



الصندوق U_2

2 **I)** نعتبر التجربة التالية : نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق U_1
ليكن A الحدث : " الحصول على كرة حمراء واحدة و كرتين خضراوين ".
و B الحدث : " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " .
بين أن $p(A)=\frac{12}{35}$ و $p(B)=\frac{1}{7}$

1 **II)** نعتبر التجربة التالية : نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من U_1 ثم نسحب عشوائيا كرة واحدة من U_2
ليكن C الحدث : "الحصول على ثلاث كرات حمراء ".
بين أن $p(C)=\frac{6}{35}$

المسألة : (11 ن)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث : $f(x)=\dfrac{1}{x(1-\ln x)}$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $2\ cm$)

I) 1) بين أن $D_f=]0,e[\cup]e,+\infty[$ (D_f هي مجموعة تعريف الدالة f) — 0.5

2) أ- احسب $\lim\limits_{\substack{x\to e\\ x<e}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to e\\ x>e}} f(x)$ و أول هندسيا النتيجتين المتوصل إليهما . — 0.75

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مقاربا بجوار $+\infty$ يتم تحديده . — 0.5

ج- بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ ثم أول هندسيا النتيجة (لحساب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ لاحظ أن $x(1-\ln x)=x-x\ln x$) — 0.5

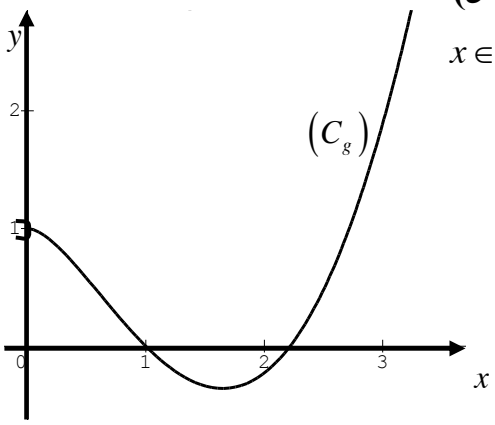
3) أ- بين أن $f'(x)=\dfrac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$ لكل x من D_f — 0.75

ب- بين أن الدالة f تناقصية على المجال $]0,1]$ و تزايدية على كل من المجالين $[1,e[$ و $]e,+\infty[$ — 1

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على D_f — 0.25

II) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=1-x^2(1-\ln x)$

و ليكن (C_g) المنحنى الممثل للدالة g في معلم متعامد ممنظم (انظر الشكل)



1) أ- حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة (E) التالية : $g(x)=0$, $x\in]0,+\infty[$ — 0.5

ب- نعطي جدول القيم التالي : — 0.5

x	2,1	2,2	2,3	2,4
$g(x)$	−0,14	−0,02	0,12	0,28

بين أن المعادلة (E) تقبل حلا α بحيث $2,2<\alpha<2,3$

2) أ- تحقق من أن $f(x)-x=\dfrac{g(x)}{x(1-\ln x)}$ لكل x من D_f — 0.25

ب- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ يقطع المنحنى (C_f) في النقطتين اللتين أفصولاهما 1 و α — 0.5

ج- حدد ، انطلاقا من (C_g)، إشارة الدالة g على المجال $[1\ ,\ \alpha]$ و بين أن $f(x)-x\le 0$ لكل x من $[1\ ,\ \alpha]$ — 0.5

3) أنشئ ، في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$، المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) — 1.25

4) أ- بين أن $\displaystyle\int_1^{\sqrt{e}}\frac{1}{x(1-\ln x)}dx=\ln 2$ (لاحظ أن : $\dfrac{1}{x(1-\ln x)}=\dfrac{\frac{1}{x}}{1-\ln x}$ لكل x من D_f) — 0.75

ب- احسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=\sqrt{e}$ — 0.75

III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) بين بالترجع أن $1\le u_n\le\alpha$ لكل n من $\mathbb{N}$ — 0.5

2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكن استعمال نتيجة السؤال II) 2) ج-) — 0.5

3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها . — 0.75

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2017
- الموضوع -

NS 22

★★

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل و المتتاليات العددية	11 نقطة

- بالنسبة للمسألة ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول : (3 نقط)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، المستوى (P) المار من النقطة $A(0\ ,\ 1\ ,\ 1)$ و $\vec{u}(1\ ,\ 0\ ,\ -1)$ متجهة منظمية عليه و الفلكة (S) التي مركزها النقطة $\Omega(0\ ,\ 1\ ,\ -1)$ و شعاعها $\sqrt{2}$

0.5 **1)** أ- بين أن $x-z+1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (P)

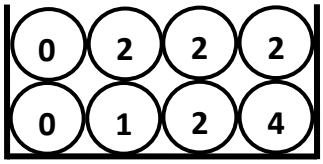
0.75 ب- بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) و تحقق من أن $B(-1\ ,\ 1\ ,\ 0)$ هي نقطة التماس.

0.25 **2)** أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من النقطة A و العمودي على المستوى (P)

0.75 ب- بين أن المستقيم (Δ) مماس للفلكة (S) في النقطة $C(1\ ,\ 1\ ,\ 0)$

0.75 **3)** بين أن $\overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OB}=2\vec{k}$ و استنتج مساحة المثلث OCB

التمرين الثاني : (3 نقط)



يحتوي صندوق على ثماني كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس و تحمل كل واحدة منها عددا كما هو مبين في الشكل جانبه.

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق.

1.5 **1)** نعتبر الحدث A : " من بين الكرات الثلاث المسحوبة لا توجد أية كرة تحمل العدد 0 ".

و الحدث B : " جداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 8 ".

بين أن $p(A)=\frac{5}{14}$ و أن $p(B)=\frac{1}{7}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بجداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة.

0.5 أ- بين أن $p(X=16)=\frac{3}{28}$

1 ب- الجدول جانبه يتعلق بقانون احتمال المتغير العشوائي X
أتمم ملء الجدول بعد نقله على ورقة تحريرك معللا أجوبتك.

x_i	0	4	8	16
$p(X=x_i)$				$\frac{3}{28}$

التمرين الثالث : (3 نقط)

نعتبر العددين العقديين a و b بحيث $a=\sqrt{3}+i$ و $b=\sqrt{3}-1+(\sqrt{3}+1)i$

0.25 **1)** أ- تحقق من أن $b=(1+i)a$

0.5 ب- استنتج أن $|b|=2\sqrt{2}$ و أن $\arg b\equiv\frac{5\pi}{12}\ [2\pi]$

0.5 ج- استنتج مما سبق أن $\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

2) المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\ \vec{u}\ ,\ \vec{v})$

نعتبر النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما a و b و النقطة C التي لحقها c بحيث $c=-1+i\sqrt{3}$

0.75 أ- تحقق من أن $c=ia$ و استنتج أن $OA=OC$ و أن $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

0.5 ب- بين أن النقطة B هي صورة النقطة A بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OC}$

0.5 ج- استنتج أن الرباعي $OABC$ مربع .

المسألة : (11 نقطة)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x^2+x-2+2\ln x$

1) تحقق من أن $g(1)=0$ — 0.25

2) انطلاقا من جدول تغيرات الدالة g جانبه : — 1

بين أن $g(x)\leq 0$ لكل x من المجال $]0\,,1]$

و أن $g(x)\geq 0$ لكل x من المجال $[1\,,+\infty[$

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	$\|$	$+$	
$g(x)$	$\|$ $-\infty$	↗	$+\infty$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x+\left(1-\frac{2}{x}\right)\ln x$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (الوحدة : $1\ cm$)

1) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ و أول هندسيا النتيجة. — 0.5

2) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ — 0.25

ب- بين أن المنحنى (C) يقبل بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجميا في اتجاه المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$ — 0.75

3) أ- بين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$ — 1

ب- بين أن الدالة f تناقصية على المجال $]0\,,1]$ و تزايدية على المجال $[1\,,+\infty[$ — 0.75

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0,+\infty[$ — 0.25

4) أ- حل في المجال $]0,+\infty[$ المعادلة $\left(1-\frac{2}{x}\right)\ln x=0$ — 0.5

ب- استنتج أن المنحنى (C) يقطع المستقيم (D) في نقطتين يتم تحديد زوج إحداثيتي كل منهما. — 0.5

ج- بين أن $f(x)\leq x$ لكل x من المجال $[1\,,2]$ واستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (D) على $[1\,,2]$ — 0.75

5) أنشئ ، في نفس المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ ، المستقيم (D) و المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة أفصولها محصور بين $2,4$ و $2,5$) — 1

6) أ- بين أن $\int_1^2 \frac{\ln x}{x}dx=\frac{1}{2}(\ln 2)^2$ — 0.5

ب- بين أن الدالة $H:x\mapsto 2\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto\frac{2}{x}-1$ على المجال $]0,+\infty[$ — 0.25

ج- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\int_1^2\left(\frac{2}{x}-1\right)\ln x\,dx=(1-\ln 2)^2$ — 0.5

د- احسب ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=2$ — 0.5

III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=\sqrt{3}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) بين بالترجع أن $1\leq u_n\leq 2$ لكل n من $\mathbb{N}$ — 0.5

2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكنك استعمال نتيجة السؤال II) 4) ج-) — 0.5

3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها. — 0.75

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2017
- عناصر الإجابة -

NR 22

★★

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	المعامل	7

- تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل -

التمرين الأول (3 ن)

1.25	1)	أ- 0.5 ب- 0.25 لـ $d(\Omega,(P))=\sqrt{2}$ و 0.25 لـ (P) مماس لـ (S) و 0.25 للتحقق
1	2)	أ- 0.25 ب- 0.5 للمستقيم (Δ) مماس للفلكة (S) و 0.25 لنقطة التماس هي C
0.75	3)	0.5 للجداء المتجهي و 0.25 لمساحة المثلث تساوي 1

التمرين الثاني (3 ن)

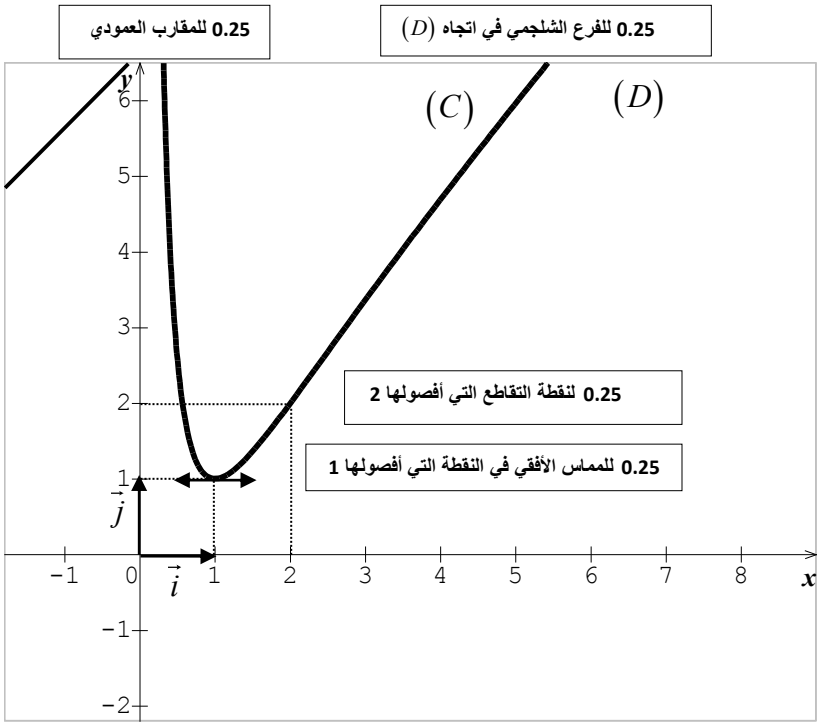
1.5	1)	0.75 للتوصل إلى $p(A)=\frac{5}{14}$ و 0.75 للتوصل إلى $p(B)=\frac{1}{7}$
1.5	2)	أ- 0.5 ب- 0.25 لـ $p(X=8)=\frac{1}{7}$ و 0.25 لـ $p(X=4)=\frac{3}{28}$ و 0.5 لـ $p(X=0)=\frac{9}{14}$

التمرين الثالث (3 ن)

1.25	1)	أ- 0.25 للتحقق ب- 0.25 لمعيار العدد b و 0.25 لـ عمدة للعدد b ج- 0.5
1.75	2)	أ- 0.25 للتحقق و 0.25 لـ $OA=OC$ و 0.25 لـ $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ ب- 0.5 ج- 0.25 لـ $OABC$ متوازي أضلاع و 0.25 لـ $OABC$ مربع

المسألة (11 ن)

	I)	
0.25	**1)**	**0.25**
1	**2)**	**0.5** ل $g(x)\le 0$ لكل x من المجال $]0\,,1]$ و **0.5** ل $g(x)\ge 0$ لكل x من المجال $[1\,,+\infty[$
	II)	
0.5	**1)**	**0.25** للنهاية و **0.25** للتأويل الهندسي
1	**2)**	أ- **0.25** ب- **0.5** ل $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$ و **0.25** ل $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=+\infty$
2	**3)**	أ- **1** ب- **0.25** لإشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$ و **0.25** ل f تناقصية على $]0\,,1]$ و **0.25** ل f تزايدية على $[1\,,+\infty[$ ج - **0.25**
1.75	**4)**	أ- **0.25** لكل حل من الحلين ب- **0.25** لكل نقطة من النقطتين ج- **0.5** لإثبات المتفاوتة و **0.25** للاستنتاج
1	**5)**	**1** (انظر الشكل أسفله)
1.75	**6)**	أ- **0.5** ب- **0.25** ج- **0.25** لتقنية المكاملة بالأجزاء و **0.25** للتوصل إلى النتيجة د- **0.25** للمساحة ب cm^2 هي $\int_1^2(x-f(x))dx$ و **0.25** للتوصل إلى أن المساحة هي $(1-\ln 2)^2\ cm^2$
	III)	
0.5	**1)**	**0.5**
0.5	**2)**	**0.5**
0.75	**3)**	**0.25** للمتتالية (u_n) متقاربة (تناقصية و مصغورة) و **0.25** ل (التأكيد على أن f متصلة على $[1,2]$ و $f([1,2])\subset[1,2]$) و **0.25** لنهاية المتتالية هي **1**



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2017
- الموضوع -

RS 22

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، وتتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الرابع	المتتاليات العددية	2.5 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل	8.5 نقط

التمرين الأول : (3 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر الفلكة (S) التي معادلتها $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-1=0$ و المستوى (P) الذي معادلته $y-z=0$

1) أ- بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(1\ ,\ 1\ ,\ 1)$ و شعاعها هو 2 — 0.5

ب- احسب $d(\Omega,(P))$ و استنتج أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (C) — 0.5

ج- حدد مركز و شعاع الدائرة (C) — 0.5

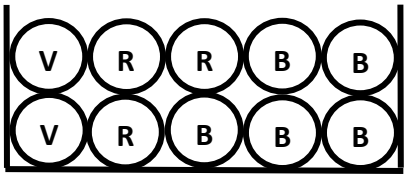
2) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة $A(1\ ,\ -2\ ,\ 2)$ و العمودي على المستوى (P)

أ- بين أن $\vec{u}(0\ ,1\ ,-1)$ متجهة موجهة للمستقيم (Δ) — 0.25

ب- بين أن $\left\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}\right\|=\sqrt{2}\left\|\vec{u}\right\|$ و استنتج أن المستقيم (Δ) يقطع الفلكة (S) في نقطتين. — 0.75

ج- حدد مثلوث إحداثيات كل نقطة من نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S) — 0.5

التمرين الثاني : (3 نقط)



يحتوي صندوق على 10 كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس :
خمس كرات بيضاء و ثلاث كرات حمراء و كرتان خضراوان (انظر الشكل جانبه).
نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق.

1) نعتبر الحدث A : " من بين الكرات الأربع المسحوبة توجد كرة خضراء واحدة فقط ". — 1.5

و الحدث B : " من بين الكرات الأربع المسحوبة توجد بالضبط ثلاث كرات من نفس اللون ".

بين أن $p(A)=\frac{8}{15}$ وأن $p(B)=\frac{19}{70}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الخضراء المسحوبة.

أ- بين أن $p(X=2)=\frac{2}{15}$ — 0.5

ب- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و بين أن الأمل الرياضي $E(X)$ يساوي $\frac{4}{5}$ — 1

التمرين الثالث : (3 نقط)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة $z^2+4z+8=0$ — 0.75

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\ \vec{u}\ ,\vec{v})$، النقط A و B و C اللتي ألحاقها على التوالي هي a و b و c بحيث $a=-2+2i$ و $b=4-4i$ و $c=4+8i$

أ- ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه A و زاويته $-\frac{\pi}{2}$ — 0.5

بين أن $z'=-iz-4$

ب- تحقق من أن النقطة B هي صورة النقطة C بالدوران R و استنتج طبيعة المثلث ABC — 0.75

3) ليكن ω لحق النقطة Ω منتصف القطعة $[BC]$

أ- بين أن $|c-\omega|=6$ — 0.5

ب- بين أن مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث $|z-\omega|=6$ هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC — 0.5

التمرين الرابع : (2.5 نقط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 17$ و $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 12$ لكل n من IN

0.5 **1) أ-** بين بالترجع أن $u_n > 16$ لكل n من IN

0.5 **ب-** بين أن المتتالية (u_n) تناقصية و استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث $v_n = u_n - 16$ لكل n من IN

0.5 **أ-** بين أن (v_n) متتالية هندسية.

0.5 **ب-** استنتج أن $u_n = 16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$ لكل n من IN ثم حدد نهاية المتتالية (u_n)

0.5 **ج-** حدد أصغر قيمة للعدد الصحيح الطبيعي n التي يكون من أجلها $u_n < 16,0001$

المسألة : (8.5 نقط)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على IR بما يلي :

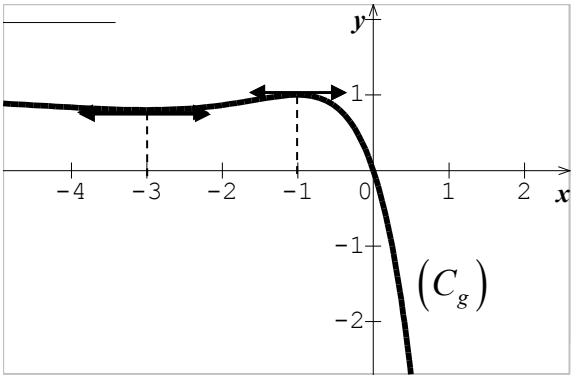
$$g(x) = 1 - (x+1)^2 e^x$$

0.25 **1)** تحقق من أن $g(0) = 0$

1 **2)** انطلاقا من التمثيل المبياني (C_g) للدالة g (انظر الشكل جانبه)

بين أن $g(x) \geq 0$ لكل x من $]-\infty, 0]$

وأن $g(x) \leq 0$ لكل x من $[0, +\infty[$



II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بما يلي : $f(x) = x + 1 - (x^2+1)e^x$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة : 2 cm)

0.75 **1) أ-** تحقق من أن $f(x) = x + 1 - 4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 - e^x$ لكل x من IR ثم استنتج أن $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

0.5 **ب-** احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - (x+1)]$ واستنتج أن المستقيم (D) ذا المعادلة $y = x+1$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

0.25 **ج-** بين أن المنحنى (C_f) يوجد تحت المستقيم (D)

0.5 **2) أ-** بين أن $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ (يمكنك كتابة $f(x)$ على الشكل $x\left[1 + \frac{1}{x} - \left(x + \frac{1}{x}\right)e^x\right]$)

0.25 **ب-** بين أن المنحنى (C_f) يقبل بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجميا يتم تحديد اتجاهه.

0.75 **3) أ-** بين أن $f'(x) = g(x)$ لكل x من IR

0.75 **ب-** بين أن الدالة f تزايدية على $]-\infty, 0]$ و تناقصية على $[0, +\infty[$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على IR

0.75 **ج-** بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف أفصولاهما -3 و -1

1 **4)** أنشئ ، في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$، المستقيم (D) و المنحنى (C_f) (نأخذ $f(-3) \approx -2,5$ و $f(-1) \approx -0,75$)

0.5 **5) أ-** تحقق من أن $H : x \mapsto (x-1)e^x$ هي دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto xe^x$ على IR ثم بين أن $\int_{-1}^{0} x e^x \, dx = \frac{2}{e} - 1$

0.75 **ب-** باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\int_{-1}^{0} (x^2+1)e^x \, dx = 3\left(1 - \frac{2}{e}\right)$

0.5 **ج-** احسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم (D) و محور الأراتيب و المستقيم الذي معادلته $x = -1$

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2018

-الموضوع-

NS22

★★

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل و المتتاليات العددية	11 نقطة

التمرين الأول (3 نقط):

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(0,-2,-2)$ و $B(1,-2,-4)$ و $C(-3,-1,2)$

1) بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ ثم استنتج أن $2x+2y+z+6=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) — 1

2) لتكن (S) الفلكة التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-2x-2z-23=0$

تحقق من أن مركز الفلكة (S) هو $\Omega(1,0,1)$ و أن شعاعها هو $R=5$ — 0.5

3) أ- تحقق من أن $\begin{cases}x=1+2t\\y=2t\\z=1+t\end{cases}$ $;(t\in\mathbb{R})$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على المستوى (ABC) — 0.25

ب- حدد إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (ABC) — 0.5

4) تحقق من أن $d(\Omega,(ABC))=3$ ثم بين أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة شعاعها 4 يتم تحديد مركزها. — 0.75

التمرين الثاني (3 نقط) :

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $2z^2+2z+5=0$ — 0.75

2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، نعتبر R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$

أ - أكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $d=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ — 0.25

ب – لتكن النقطة A التي لحقها $a=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$ و B صورة النقطة A بالدوران R

ليكن b لحق النقطة B ، بين أن $b=d.a$ — 0.5

3) لتكن t الإزاحة التي متجهتها $\overrightarrow{OA}$ و النقطة C صورة B بالإزاحة t و c لحق النقطة C

أ - تحقق من أن $c=b+a$ ثم استنتج أن $c=a\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$ (يمكنك استعمال السؤال 2) ب-) — 0.75

ب - حدد $\arg\left(\frac{c}{a}\right)$ ثم استنتج أن المثلث OAC متساوي الأضلاع . — 0.75

التمرين الثالث (3 نقط) :

يحتوي صندوق على 9 كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس : خمس كرات حمراء تحمل الأعداد 2 ; 2 ; 2 ; 1 ; 1

و أربع كرات بيضاء تحمل الأعداد 2 ; 2 ; 2 ; 1

نعتبر التجربة التالية : نسحب عشوائيا و تآنيا 3 كرات من الصندوق .

لتكن الأحداث : A : "الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون " و B : "الكرات الثلاث المسحوبة تحمل نفس العدد "

و C : "الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون و تحمل نفس العدد "

1) بين أن : $p(A)=\frac{1}{6}$ و $p(B)=\frac{1}{4}$ و $p(C)=\frac{1}{42}$ — 1.5

2) نعيد التجربة السابقة 3 مرات مع إعادة الكرات الثلاث المسحوبة إلى الصندوق بعد كل سحبة، و نعتبر المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد المرات التي يتحقق فيها الحدث A

أ- حدد وسيطي المتغير العشوائي الحداني X — 0.5

ب- بين أن : $p(X=1)=\frac{25}{72}$ و احسب $p(X=2)$ — 1

المسألة (11 نقطة) :

I - لتكن g الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي : $g(x)=e^x-x^2+3x-1$

الجدول جانبه يمثل جدول تغيرات الدالة g

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

0.25 1) تحقق من أن $g(0)=0$

0.5 2) حدد إشارة $g(x)$ على كل من المجالين $]-\infty,0]$ و $[0,+\infty[$

II- لتكن f الدالة العددية المعرفة على IR بما يلي:

$$f(x)=(x^2-x)\,e^{-x}+x$$

و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة 1cm)

0.5 1) أ- تحقق من أن $f(x)=\frac{x^2}{e^x}-\frac{x}{e^x}+x$ لكل x من IR ثم بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.75 ب – احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل مقاربا (D) بجوار $+\infty$ معادلته $y=x$

0.5 ج – تحقق من أن $f(x)=\frac{x^2-x+xe^x}{e^x}$ لكل x من IR ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

0.5 د – بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=-\infty$ ثم أول النتيجة هندسيا.

0.25 2) أ – تحقق من أن $f(x)-x$ و x^2-x لهما نفس الإشارة لكل x من IR

0.5 ب – استنتج أن (C) يوجد فوق (D) على كل من المجالين $]-\infty,0]$ و $[1,+\infty[$ و تحت (D) على المجال $[0,1]$

0.75 3) أ - بين أنه لكل x من IR لدينا $f'(x)=g(x)\,e^{-x}$

0.5 ب – استنتج أن الدالة f تناقصية على $]-\infty,0]$ و تزايدية على $[0,+\infty[$

0.25 ج – ضع جدول تغيرات الدالة f

0.25 4)أ- تحقق من أن $f''(x)=(x^2-5x+4)e^{-x}$ لكل x من IR

0.5 ب- استنتج أن المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف أفصولاهما على التوالي هما 1 و 4

1 5) أنشئ (D) و (C) في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نأخذ $f(4)\approx 4.2$)

0.5 6) أ – بين أن الدالة $H:x\mapsto(x^2+2x+2)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto -x^2e^{-x}$ على IR

ثم استنتج أن $\int_0^1 x^2e^{-x}dx=\frac{2e-5}{e}$

0.75 ب – باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\int_0^1 xe^{-x}dx=\frac{e-2}{e}$

0.75 ج – احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين (C) و (D) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=1$

III – لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0=\frac{1}{2}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من IN

0.75 1) بين أن $0\le u_n\le 1$ لكل n من IN (يمكن استعمال نتيجة السؤال II– 3) ب-)

0.5 2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية .

0.75 3) استنتج أن (u_n) متقاربة و حدد نهايتها.

التمرين الأول (3 نقط) :

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(2,1,2)$ و شعاعها يساوي 3 والمستوى (P) المار من النقطة $A(-1,0,3)$ و $\vec{u}(4,0,-3)$ متجهة منظمية عليه.

0.5 1) بين أن معادلة للفلكة (S) هي : $x^2+y^2+z^2-4x-2y-4z=0$

0.5 2) تحقق من أن معادلة ديكارتية للمستوى (P) هي : $4x-3z+13=0$

0.5 3) أ- تحقق من أن $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=2+4t\\y=1\\z=2-3t\end{cases}$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على (P)

0.5 ب - حدد إحداثيات النقطة H تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (P)

0.25 4) أ - أحسب $d(\Omega,(P))$

0.75 ب - بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) في نقطة يتم تحديدها

التمرين الثاني (3 نقط) :

0.75 1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2\sqrt{2}z+4=0$

2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقطة A التي لحقها $a=\sqrt{2}(1-i)$ و R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{3}$

0.25 أ - أكتب على الشكل المثلثي العدد a

0.5 ب– تحقق من أن لحق النقطة B صورة النقطة A بالدوران R هو $b=2\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$

0.5 3) أ - نعتبر النقطة C التي لحقها $c=1+i$. بين أن $b^2-c^2=2\sqrt{3}$

0.5 ب - لتكن t الإزاحة التي متجهتها $\overrightarrow{OC}$، و النقطة D صورة B بالإزاحة t . بين أن $OD=|b+c|$

0.5 ج– استنتج أن $OD\times BC=2\sqrt{3}$

التمرين الثالث (3 نقط) :

يحتوي صندوق على 12 كرة لا يمكن التمييز بينها باللمس موزعة كما يلي : 3 كرات حمراء تحمل كل واحدة منها العدد 1 و 3 كرات حمراء تحمل كل واحدة منها العدد 2 و 6 كرات خضراء تحمل كل واحدة منها العدد 2

نسحب عشوائيا و تآنيا كرتين من الصندوق ، و نعتبر الأحداث التالية :

A : " الحصول على كرتين تحملان نفس العدد " و B : " الحصول على كرتين مختلفتي اللون "

و C : " الحصول على كرتين تحملان عددين مجموعهما يساوي 3 "

1.5 1) بين أن $p(A)=\frac{13}{22}$ و $p(B)=\frac{6}{11}$ و احسب $p(C)$

0.5 2) أ - بين أن $p(A\cap B)=\frac{3}{11}$

0.5 ب – هل الحدثان A و B مستقلان ؟ علل جوابك .

0.5 3) علما أن الحدث B محقق ، احسب احتمال الحصول على كرتين تحملان نفس العدد .

التمرين الرابع (نقطتان) :

0.5 1) أ- بين أن الدالة $H : x \mapsto xe^x$ هي دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto (x+1)e^x$ على IR

0.5 ب – إستنتج أن $\int_0^1 (x+1)e^x dx = e$

1 2) باستعمال مكاملة بالأجزاء ، أحسب $\int_0^1 (x^2+2x-1)e^x dx$

المسألة (9 نقطة)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي $g(x) = x^3 - 1 - 2\ln^2 x + 2\ln x$

الجدول جانبه هو جدول تغيرات الدالة g على المجال $]0,+\infty[$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

0.25 1) احسب $g(1)$

0.5 2) من خلال هذا الجدول حدد إشارة $g(x)$ على كل من $]0,1[$ و $]1,+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2x^2} + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

0.5 1) أ- تحقق من أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

0.5 ب- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - \frac{1}{2}$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

0.25 ج- حدد الوضع النسبي للمستقيم (D) و المنحنى (C)

0.75 2) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x) = +\infty$ و أول هندسيا النتيجة.

1 3)أ- بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$

0.5 ب- بين أن الدالة f تناقصية على المجال $]0,1]$ و تزايدية على المجال $[1,+\infty[$

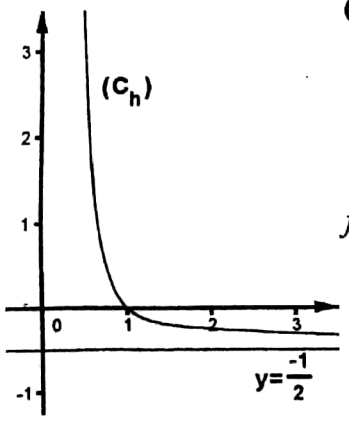
0.5 ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0,+\infty[$

1 4) أنشئ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ المستقيم (D) و المنحنى (C) (الوحدة : $1\ cm$)

III) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $h(x) = f(x) - x$

0.25 1) أ - تحقق من أن $h(1) = 0$

0.75 ب- في الشكل جانبه (C_h) هو التمثيل المبياني للدالة h . حدد إشارة $h(x)$ على كل من $]0,1]$ و $[1,+\infty[$ ثم استنتج أنه لكل x من المجال $[1,+\infty[$ لدينا $f(x) \le x$



2) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي :

$u_0 = e$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من IN

0.75 أ- بين بالترجع أن : $1 \le u_n \le e$ لكل n من IN

0.75 ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية . (*يمكن استعمال نتيجة السؤال III) 1) ب -)*

0.75 ج – استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها.

عرض «شرح التمارين» مع الأستاذ أضرضور مصطفى

2bac

محتوى عرض "شرح التمارين" مادة الرياضيات

- شرح تمارين خاصة بكل درس على شكل فيديوهات بطرق مبسطة ومفهومة
- شرح تمارين الفروض المنزلية و المحروسة التي يقترحها المشتركون في العرض
- حصص مباشرة عند إقتراب مواعد الفروض المحروسة للإستعداد الجيد
- إعطاء فرضين منزليين في كل شهر من إعداد الأستاذ أضرضور مصطفى
- تنظيم فرض كتابي للمشتركين وتصحيحه على شكل فيديو
- إعطاء سلسلة تمارين على شكل pdf من إعداد الأستاذ أضرضور بداية كل درس
- إعداد قواعد و ملخص في كل أخر درس للمشتركين في العرض
- إنشاء مجموعة على الواتساب خاصة بالمشتركين لمناقشة مشاكلهم في مادة الرياضيات مع الأستاذ أضرضور بالصوت
- تنظيم حصص توجيهية لنصح و إرشاد المشتركين في العرض

علوم فيزيائية

علوم الحياة والأرض

علوم إقتصادية

علوم التدبير الحاسباتي

والأشخاص الذين دفعو لباكالوريا حرة

كل يوم يصلك فيديو شرح تمرين
إلى رقمك على الواتساب و أنت في منزلك

النتائج المنتظرة

- ✓ الحصول على نقط ممتازة في الفروض المحروسة
- ✓ الحصول على 20/20 في مادة الرياضيات في الإمتحان الوطني 2019

بعد الإشتراك سيتصل بك الأستاذ أضرضور مباشرة لإدخالك
وإرشادك و توجيهك لكيفية الإستفاذة من العرض

للإشتراك في عرض الرياضيات
مع الأستاذ أضرضور مصطفى

أرسل

«إشتراك»

إلى رقـــم الواتساب

0638651084