



-1

قوانين نيوتن – Les lois de Newton

1- متجهة السرعة اللحظية – متجهة التسارع اللحظي: 1-1: تذكير:

- حركة الأجسام تكون "نسبية"، أي أنها تتعلق بجسم مرجعي يتم اختياره ، لذلك عند دراسة جسم معين نختار

إحداثيات نقطة G في معلم

معلما للفضاء $\mathcal{R}(o, i, j, k)$ و آخر للزمن نربطهما بالجسم المرجعي
- تتم معلمة نقطة متحركة من جسم صلب (مركز القصور G مثلا

$$\vec{OG} = x.i + y.j + z.k$$

بمتجهة الموضع :

حيث : x و y و z إحداثيات النقطة G.

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \\ z = h(t) \end{cases}$$

بما أن G متحركة فإن المعادلات الزمنية لحركة G .

$$\|\vec{OG}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

منظم متجهة الموضع :

- تكون مجموعة المواضع المتتالية ل G خلال الزمن "مسار" النقطة G.

1-2 متجهة السرعة اللحظية:

العلاقة التي تمكن من حساب قيمتها انطلاقا من تسجيل .
يمكن حساب القيمة التقريبية للسرعة اللحظية بعملية التأطير :

$$v_G(t_i) = v_i = \frac{G_{i-1}G_{i+1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

و بالتالي : $v_i = v_G(t_i) = \frac{\Delta OG}{\Delta t}$
رياضيا نبرهن أن $v_G(t)$ متجهة السرعة اللحظية هي :

$$v_G(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta OG}{\Delta t} = \frac{dO}{dt}$$

" في مرجع معين ، تساوي متجهة السرعة اللحظية لمركز القصور G لجسم صلب ، المشتقة بالنسبة للزمن

لمتجهة الموضع $\vec{OG}$: $v_G = \frac{d\vec{OG}}{dt}$ وحدة قياسها $(m.s^{-1})$.

1-3 متجهة التسارع اللحظي:

* يمثل المقدار المتجهي $\frac{v_4 - v_2}{2\tau} = \frac{\Delta v}{2\tau}$ متجهة a_3 ، نسميها "متجهة التسارع اللحظي" لمركز القصور G في الموضع G_3

1: إحداثيات متجهة التسارع:

أ- في معلم ديكارتي:

نمعلم موضع G مركز قصور جسم صلب في معلم متعامد ممنظم $\mathcal{R}(o, i, j, k)$ بمتجهة الموضع $\vec{OG} = x.i + y.j + z.k$

متجهة التسارع $\vec{a}_G(t) = \frac{d\vec{v}_G}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\vec{OG}}{dt} \right) = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k}$ $\vec{a}_G(t) = \ddot{x} \vec{i} + \ddot{y} \vec{j} + \ddot{z} \vec{k}$ $\ddot{z} = \frac{d^2z}{dt^2} \Rightarrow \ddot{a}_z = \frac{d^2y}{dt^2} = a_y \quad \text{و} \quad \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = a_x$ إحداثيات متجهة السرعة $\vec{v}_G(t)$ في المعلم $\mathcal{R}(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$	متجهة السرعة $\vec{v}_G(t) = \frac{d\vec{OG}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$ $\vec{v}_G(t) = \dot{x} \vec{i} + \dot{y} \vec{j} + \dot{z} \vec{k}$ $\dot{z} = \frac{dz}{dt} = v_z \quad \text{و} \quad \dot{y} = \frac{dy}{dt} = v_y \quad \text{و} \quad \dot{x} = \frac{dx}{dt} = v_x$ إحداثيات متجهة السرعة $\vec{v}_G(t)$ في المعلم $\mathcal{R}(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
---	---



ب- في معلم أساس فريني: $(\vec{u}, \vec{n})$: أساس للإسقاط غير مرتبط بالمرجع .
 : معلم فريني ، معلم متعامد و ممنظم ، يتطابق أصله في كل لحظة مع موضع المتحرك.

$\vec{u}$: مماسة للمسار في نفس منحى الحركة : " المتجهة المماسية الواحدة"
 $\vec{n}$: متعامدة مع $\vec{u}$ و موجهة نحو تقعر المسار : " المتجهة المنظمية الواحدة"

$$\vec{a}_G = \vec{a}_T + \vec{a}_N \Rightarrow a_G = a_T \cdot u + a_N \cdot n$$

$$a_T = \frac{dv_G}{dt}$$

: متجهة التسارع المماسي $a_T = a_T \cdot u$

$$a_N = \frac{v_G^2}{\rho}$$

: متجهة التسارع المنظمي $a_N = a_N \cdot n$ مع ρ : شعاع انحناء المسار في الموضع المعين .

2- قوانين نيوتن:



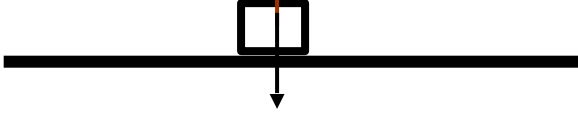
مرجع غاليلي: مرجع يتحقق فيه مبدأ القصور .

- المرجع المركزي الشمسي (مرجع كوبرنيك Copernic) هو أفضل مرجع غاليلي.
- المراجع المركزية الأرضية و المراجع الأرضية ، مراجع غاليلية بالتقريب.

Galileo Galilei naît à Pise en 1564. Son père, théoricien de la musique, souhaite ardemment qu'il devienne médecin, profession bien rémunérée. Ainsi, à dix-sept ans, le jeune Galilée débute des études de médecine, qu'il abandonne aussitôt : Ostilio Ricci, son professeur de dessin, parvient à le passionner pour les mathématiques, terme sous lequel on regroupait alors plusieurs de nos disciplines actuelles, notamment l'astronomie et la physique la mort de Galilée en 1642

2-1: القانون الأول لنيوتن أو مبدأ القصور (تذكير).

في مرجع غاليلي ، إذا كان مجموع القوى الخارجية المطبقة على جسم صلب يساوي متجهة منعدمة $(\sum \vec{F}_{ex} = 0)$ ، فإن متجهة السرعة $\vec{v}_G(t)$ لمركز القصور G للجسم الصلب تكون ثابتة . و في المقابل ، إذا كانت متجهة السرعة لمركز قصور الجسم الصلب ثابتة $\vec{v}_G = Cte$ ، فإن مجموع القوى الخارجية المطبقة على الجسم مجموعة منعدم.

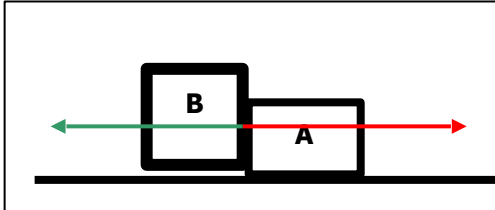


2-3: القانون الثاني لنيوتن.

- نص القانون الثاني لنيوتن : " في مرجع غاليلي ، يساوي مجموع القوى الخارجية المطبقة على جسم صلب جُداء كتلة هذا الجسم و متجهة التسارع لمركز قصوره G :

$$\sum \vec{F}_{ex} = m \cdot \vec{a}_G$$

2-4: القانون الثالث لنيوتن:



نص القانون: " نعتبر جسمين A و B في تأثير بيني ، لتكن $\vec{F}_{A/B}$ القوة التي يطبقها (A) على (B) و $\vec{F}_{B/A}$ القوة التي يطبقها (B) على (A) . سواء كان الجسمان في حركة أو في سكون فإن القوتين $\vec{F}_{A/B}$ و $\vec{F}_{B/A}$ تحققان المتساوية : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$."

ملحوظة: يسمى هذا القانون أيضا، مبدأ التأثيرات البينية، و يطبق بالنسبة لقوى التماس و كذلك بالنسبة لقوى عن بعد.

المسار مستقيمي



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\vec{a}_G$$

$$\begin{Bmatrix} F_{3x} \\ F_{3y} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{cases} F_{1x} + F_{2x} + \\ F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} \end{cases}$$

على المحور

الحركة المستقيمة المتغيرة
بانتظام

$$\vec{a}_G = c\vec{t}\vec{e}$$

$$\left\langle \vec{a}_G, \vec{v}_G \right\rangle = 0 \quad \text{ع راس تم}$$

$$\left\langle \vec{a}_G, \vec{v}_G \right\rangle = 0 \quad \text{ع طاب تم}$$

الحركة المستقيمة
المنتظمة

$$\vec{a}_G = \vec{0}$$

$$\vec{v}_G = c\vec{t}\vec{e}$$

إذا كانت الحركة تتم وفق المحاور

متغيرة

السقوط الرأسي الحر لجسم صلب

■ $g = \frac{P}{m}$ الجسم

--

2.2-مميزات ^{في}متجهة مجال الثقالة:

+الاتجاه: الرأسى المار من مركز قصور الجسم.

+المنحى: نحو الأرض

+المنظم: شدة مجال الثقالة ب ($N.kg^{-1}$)

2.2-مميزات ^{في}متجهة مجال الثقالة:

+الاتجاه: الرأسى المار من مركز قصور الجسم.

+المنحى: نحو الأرض

+المنظم: شدة مجال الثقالة ب ($N.kg^{-1}$)



$$\frac{d}{dt} \{a(x) = cte$$

$$V_G \{ V(x) = a(x)t + V_{on}$$

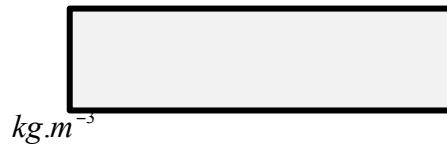
$$O_G \left\{ x = \frac{1}{2} a x t^2 + V_{ox} t + \right.$$

la chute verticale d'un solide (خاص SP)
السقوط الرأسى لجسم صلب

دافعة ارخميدس (تذكير)

دافعة ارخميدس "هي مجموع قوى التماس الضاغطة المطبقة على سطح جسم مغمور جزئيا أو كليا في مانع".
مميزاتها:

- +الأصل: مركز الجزء المغمور C.
- +الاتجاه: الرأسى المار من C و G.
- +المنحى: نحو الأعلى.
- +الشدة: $F_A^{(N)}$ ، وهي تساوي وزن الحجم المزاح للمانع.



$kg.m^{-3}$

ρ_f : الكتلة الحجمية للمانع

V : الحجم المزاج للمانع $m.s^{-2}$.

g : شدة دافعة الثقالة $(N.kg^{-1})$ أو $m.s^{-2}$.

F_A : شدة دافعة ارخميدس.

ملحوظة: *لدينا $F_A = -P_f$. حيث P_f : وزن الحجم المزاج للمانع.

$$\frac{F_A}{P_S} = \frac{\rho_f}{\rho_s} \quad \text{مع } V = V_S \quad \text{وبالتالي:} \quad \begin{cases} F_A = \rho_f \cdot V \cdot g \\ P_S = \rho_s \cdot V_S \cdot g \end{cases}$$

إذا كانت ρ_f ρ_s فإن: P_s P_f ؛ المانع غاز إذن.

قوى الاحتكاك المانع:

بالنسبة لجسم في حركة داخل مانع، يطبق هذا الأخير على الجسم قوى احتكاك، تكافئ قوة واحدة f

مميزات قوى الاحتكاك المانع f :

+الأصل: مركز قصور الجسم G .

+الاتجاه: اتجاه V_G متجهة السرعة ل G .

+المنحى: المنحى المعاكس لمنحى V_G .

+الشدة: تتعلق بشكل الجسم وأبعاده، وبحالة سطحه،

وبلزوجة المانع وسرعة الجسم المتحرك بالنسبة للمانع.

ننمذج شدة قوة الاحتكاك المانع بالعلاقة:

$$f = K.V_G^n = k.V^n$$

K : ثابتة تتعلق بطبيعة المانع وبشكل الجسم.

-إذا كانت V صغيرة، نأخذ $n=1$ أي $f = k.v$ (k : تتعلق بلزوجة المانع)

-إذا كانت V كبيرة، نأخذ $n=2$ أي $f = k.v^2$ (k : لا تتعلق بلزوجة المانع بل تتعلق بكتلته الحجمية)

المعادلة التفاضلية للحركة

في المعلم المتعامد الممنظم $R(o, i, j, F)$ المرتبط بالمرجع الأرضي



$$P + F_1 + f = m \cdot a_G$$

$$P_z = mg$$

$$F_A \{ F_z = -m_f \cdot g$$

$$f \{ f_z = -k V_c^n$$

$$P_z + fF_z + f_z = maz = m \frac{dV}{dt} = m \frac{d^2 z}{dt^2}$$

$$(m - mf)g - kV_G^h = m \frac{dV}{dt}$$



المعادلة التفاضلية لحركة

$n=1$: حالة جسم صغير وسرعة ضعيفة

G

n=2: حالة جسم ذو أبعاد كبيرة وسرعة كبيرة المقادير المميزة للحركة

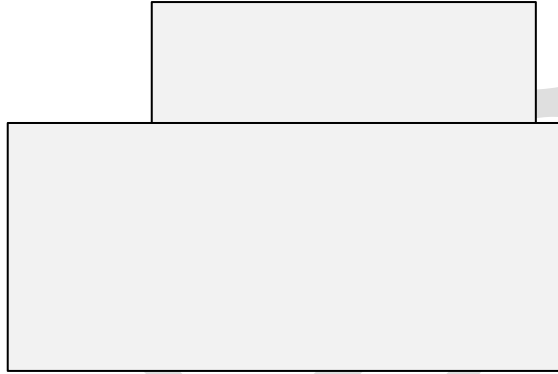


السرعة الحدية

$$V = V_{\text{قصير}} \frac{dV}{dt} = 0$$

ومنه $V_f = \left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{1}{n}} A - BV_e^n = 0$ وفي حالة $n=2$

أو



التسارع البدئي

النظام البدئي-

$$a_G = a_{o(t=0)} = \left(\frac{dV}{dt}\right)_{t=0} \Leftrightarrow f = \frac{dV}{dt}$$

التسارع البدئي

$$a_o = \left(\frac{dV}{dt}\right)_{t=0} = A \quad (V = 0)$$



للحركة

الزمن المميز

حل المعادلة التفاضلية للحركة بتطبيق طريقة (أولير-Euler)

أ-مبدأ طريقة أولير:

"طريقة رقمية تكرارية تقتضي حساب سرعة مركز القصور **G** في مرحلتين، وتتطلب معرفة سرعة **G** في لحظة **t** وهي غالباً v_0 السرعة البدئية عند $(t=0)$.

المرحلة الأولى: حساب التسارع البدئي a_0 :

حسب المعادلة التفاضلية: $a_0 = A - B.v_0^n$ مع v_0 السرعة البدئية عند $(t=0)$.

المرحلة الثانية: حساب v_1 في اللحظة t_1 حيث $t_1 = t_0 + \Delta t$: تسمى "خطوة الحساب".

من العلاقة $a_0 = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t}$ نجد: $v_1 = v_0 + a_0.\Delta t$.

نعيد حساب التسارع والسرعة المتواليين:

-نحسب a_1 في اللحظة t_1 : $a_1 = A - B.v_1^n$.

-نحسب السرعة v_2 في اللحظة t_1 : $v_2 = v_1 + a_1.\Delta t$ إلى آخره.... أنظر الجدول المقابل:
خلاصة:

نلخص طريقة أوليز في العلاقتين التاليتين:

$$v_{i+1} = v_i + a_i.\Delta t$$

$$a_i = A - B.v_i^n$$

ب-اختيار خطوة الحساب:

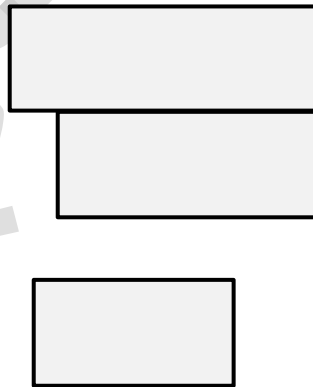
-كلما كانت Δt صغيرة كلما كانت القيم النظرية أقرب إلى النتائج التجريبية
-تمكن طريقة أولير من الحكم على مدى ملائمة النموذج المعتمد في تعبير قوة الاحتكاك المانع: حيث أن تطابق المنحنيين يركي صلاحية النموذج، والعكس صحيح.

-عموما نأخذ $\Delta t = \frac{\tau}{10}$ خطوة الحساب.

مبرهنة الطاقة الحركية

إزاحة

دوران



4-1: تعريف: " تكون لمركز قصور G لجسم صلب حركة مستقيمة متغيرة بانتظام ، إذا كان مسار G مستقيما وإذا كانت a_G متجهة التسارع للنقطة G ثابتة خلال الحركة".

ملحوظة: $a_G = Cte$ و $a_G \cdot v_G$ * حركة G مستقيمة متسارعة بانتظام .
 $a_G \cdot v_G$ * حركة G مستقيمة متباطئة بانتظام .

4-2: المعادلات الزمنية للحركة:

نعتبر أن جسما S يتحرك على مسار مستقيمي ، في معلم $\mathcal{R}(O, i)$.
نمعلم مركز قصوره G في كل لحظة ب : $\vec{OG} = x \cdot i$.

أي أن متجهة السرعة للنقطة G هي : $v_G = v_G \cdot i$ $v_G = \frac{d\vec{OG}}{dt} = x \cdot i$.
نعتبر الشروط البدئية حيث عند $x(t=0) = x_0$ و $v_G(t=0) = v_0$.
-8-

نعلم أن $a = \frac{dv}{dt}$ أي أن $v = at + cte$

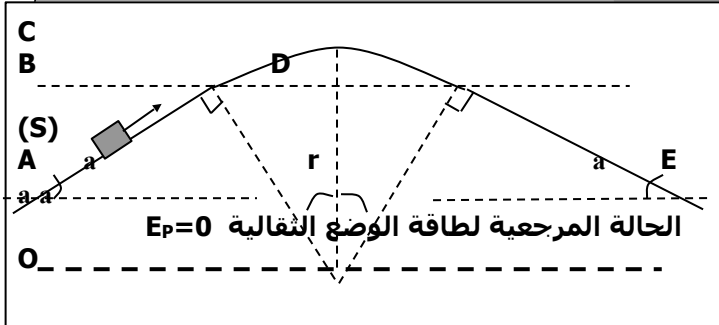
عند $t=0$: $v(t=0) = v_0 = cte$ و منه : $v(t) = at + v_0$ (1) معادلة السرعة.

نعلم كذلك أن $v = \frac{dx}{dt}$ أي أن $\frac{dx}{dt} = at + v_0$ و بالتالي : $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + cte'$

و عند $t=0$: $x(t=0) = x_0$ أي أن : $cte' = x_0$ و هكذا : $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ (2) المعادلة الزمنية لحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

ملحوظة: بإقصاء الزمن t بين المعادلتين (1) و (2) نحصل على علاقة تسمى العلاقة المستقلة عن الزمن و هي:

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$



تمرين 3- تطبيق:

نعتبر جسما صلبا (S) مركز قصوره G و كتلته $m=200g$. يتحرك فوق مسار ABCDE.

1- حركة الجسم (S) على الجزء المستقيمي AB=2m بالنسبة للأفقي بزاوية $a=30^\circ$. يتم التماس بين (S) و AB بدون احتكاك. تطبق على الجسم (S) انطلاقا من الموضع و بدون سرعة، قوة ثابتة $\vec{F}$ شدتها $F=1,13N$ ، خط تأثير القوة $\vec{F}$ موازي للقطعة AB. نعطي: $g=10N \cdot kg^{-1}$.

1-1: بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أثبت طبيعة حركة G مركز قصور الجسم (S) ، ثم احسب تسارعها.

1-2: بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين A و B ، أوجد تعبير v_B سرعة G بدلالة m و F و AB و g و a. أحسب قيمتها.

2- مرورا من B بسرعة $v_B=1,64 m \cdot s^{-1}$ ، حيث تنعدم القوة الثابتة $\vec{F}$ ، يتابع الجسم (S) حركته على مسار BC و هو جزء من دائرة شعاعها $r=1m$. التماس بين الجسم (S) و القوس $\overline{BCD}$ يتم بدون احتكاك.

2-1: أوجد تعبير v_C سرعة G بدلالة v_B و g و r و a. أحسب قيمتها.

2-2: أثبت أن $v_B = v_D$.

2-3: بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) في معلم أساس فريتي . أوجد قيمة شدة القوة $\vec{R}$ التي يطبقها القوس $\overline{BCD}$ على الجسم (S) في الموضع C.

3- مرورا من الموضع D بسرعة $v_D = v_B = 1,64 m \cdot s^{-1}$ ، يتابع الجسم (S) حركته على جزء مستقيمي DE=2m مائل بالزاوية $a=30^\circ$ بالنسبة للأفقي، وتكون حركته مركز قصوره مستقيمة منتظمة .

3-1: أثبت أن التماس بين الجسم (C) و الجزء DE يتم باحتكاك.

3-2: أوجد زاوية الاحتكاك α .