

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{5x-20}{-2x+4} \quad (4) \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-5x^2+1}{x+2} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-4}{-2x+6} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-4}{-2x+6} \quad (2)$$

أجوبة: (1) $\lim_{x \rightarrow 2^+} 2x-4 = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} 3x-8 = -2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$2x-4$	$-$	0	$+$

ومنه : $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-8}{2x-4} = -\infty$: بالتالي و $\lim_{x \rightarrow 2^+} 2x-4 = 0^+$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-8}{2x-4} = +\infty$: بالتالي و $\lim_{x \rightarrow 2^+} 2x-4 = 0^+$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} -2x+6 = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 3^+} x-4 = -1$ (2)

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$-2x+6$	$+$	0	$-$

ومنه : $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-4}{-2x+6} = +\infty$: بالتالي و $\lim_{x \rightarrow 3^+} -2x+6 = 0^-$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-4}{-2x+6} = -\infty$: بالتالي و $\lim_{x \rightarrow 3^+} -2x+6 = 0^+$

$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-5x^2+1}{x+2} \quad (3)$

لدينا $\lim_{x \rightarrow -2^+} x+2 = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -2^+} -5x^2+1 = -19$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$

ومنه : $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-5x^2+1}{x+2} = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-5x^2+1}{x+2} = -\infty$

(4) لدينا $\lim_{x \rightarrow 2^+} -2x+4 = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} 5x-20 = -10$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$-2x+4$	$+$	0	$-$

ومنه : $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x-20}{-2x+4} = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x-20}{-2x+4} = +\infty$

تمرين: 7: أحسب النهايات التالية:

(1) $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x-5}{-2x+8}$ (2) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x+1}{3x-9}$ و $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x+1}{3x-9}$

و $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x-5}{-2x+8}$

أجوبة: (1) $\lim_{x \rightarrow 3^+} 3x-9 = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 3^+} 2x+1 = 7$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$3x-9$	$-$	0	$+$

ومنه : $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-8}{2x-4} = -\infty$: بالتالي و $\lim_{x \rightarrow 3^+} 3x-9 = 0^+$

تمرين 1: أحسب النهايات التالية :

(1) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x-1}{3x^2-x}$ (2) $\lim_{x \rightarrow -1} (3+x-3x^2)$

أجوبة:

$\lim_{x \rightarrow -1} 3+x-3x^2 = 3+(-1)-3(-1)^2 = 3+(-1)-3 = -1 = l$

(2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x-1}{3x^2-x} = \frac{5 \times (-1) - 1}{3(-1)^2 - (-1)} = \frac{-6}{4} = -1.5 \neq l$

تمرين 2: أحسب النهايات التالية: (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^6$ (2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2014}$

(3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -7x^9$ (4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{2015}$

أجوبة: (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^6 = +\infty$ (2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2014} = +\infty$

(3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -7x^9 = +\infty$ (4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{2015} = +\infty$

تمرين 3: أحسب النهايات التالية: (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3}$ (2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^5}$

(3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x^7}$ (4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4}{x^5}$ (5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12}{x^{2009}}$

أجوبة: (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3} = 0^+$ (2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^5} = 0^-$

(3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x^7} = 0^-$ (4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4}{x^5} = 0^-$ (5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12}{x^{2009}} = 0^+$

تمرين 4: أحسب النهايات التالية :

(1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^3}$ (2) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-5}{x^3}$ (3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{9}{x^5}$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-12}{x^4}$ (5) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{\sqrt{x}}$ (6) $\lim_{x \rightarrow 0^+} 3x+7 + \frac{1}{\sqrt{x}}$

أجوبة:

(1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^3} = +\infty$ (2) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-5}{x^3} = -\infty$ (3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{9}{x^5} = +\infty$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-12}{x^4} = -\infty$ (5) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{\sqrt{x}} = -\infty$ (6) $\lim_{x \rightarrow 0^+} 3x+7 + \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$

تمرين 5: أحسب النهايات التالية: (1) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3x+1}{2x-4}$ (2) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3x+1}{2x-4}$

أجوبة: (1) $\lim_{x \rightarrow 3^+} 2x-6 = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 3^+} 3x+1 = 9+1 = 10$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$2x-6$	$-$	0	$+$

ومنه : $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3x+1}{2x-6} = +\infty$: بالتالي و $\lim_{x \rightarrow 3^+} 2x-6 = 0^+$

(2) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3x+1}{2x-6} = -\infty$: بالتالي و $\lim_{x \rightarrow 3^-} 2x-6 = 0^-$

تمرين 6: أحسب النهايات التالية:

(1) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x-8}{2x-4}$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-8}{2x-4}$

أجوبة (1): لدينا : $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x} = 2$ و $\lim_{x \rightarrow 4} 4x - 5 = 11$

ومنه : $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4x-5}{\sqrt{x}} = \frac{11}{2}$

(2) لدينا : $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 - 4 = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 2} x - 2 = 0$

نحصل عن شكل غ محدد من قبيل : $\frac{0}{0}$

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-2^2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} x+2 = 4$

تمرين 12: أحسب النهايات التالية :

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-6}{\sqrt{x}+3}$ (2) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-9}$ (3) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2-1}{2x-1}$

أجوبة (1): لدينا : $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x+3} = 2$ و $\lim_{x \rightarrow 1} 2x - 6 = -4$

ومنه : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-6}{\sqrt{x}+3} = \frac{-4}{2} = -2$

(2) لدينا : $\lim_{x \rightarrow 3} x^2 - 9 = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 3} x - 3 = 0$

نحصل عن شكل غ محدد من قبيل : $\frac{0}{0}$

نتخلص من ال ش غ م مثلا بالتعميل ثم بالاختزال :

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-3^2}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} x+3 = 4$

(3) لدينا : $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} 4x^2 - 1 = 0$ و $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} 2x - 1 = 0$

نحصل عن شكل غ محدد من قبيل : $\frac{0}{0}$

نتخلص من ال ش غ م مثلا بالتعميل ثم بالاختزال :

تمرين 13: أحسب النهاية التالية : $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 + 5x - 4$

الجواب: نهاية دالة حدودية عندما تؤول x إلى $+\infty$ أو إلى $-\infty$ هي نهاية حدها الأكبر درجة

اذن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 + 5x - 4 = \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 = +\infty$

تمرين 14: أحسب النهاية التالية : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^6 - x^2 + 1}{x^4 + x - 4}$

الجواب: نهاية دالة جذرية عندما تؤول x إلى $+\infty$ أو إلى $-\infty$ هي خارج نهاية حدها الأكبر درجة.

اذن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^6 - x^2 + 1}{x^4 + x - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^6}{x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 = +\infty$

تمرين 15: أحسب النهايات التالية : (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + 5x - 9x^2$

(2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^5 + 3x^2 + x}{-10x^5 - x - 1}$ (3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-5x^3 - 4x + 12)$

(4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{20x^3 - 7x^2 + x}{10x^4 - 3x - 6}$ (5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^6 + 2x^2 + 1}{x^3 + 3x - 1}$

(6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 1}{(x-1)^2}$ (7) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 + 4x^2 + 1}{x^8 - x + 3}$

أجوبة (1): $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + 5x - 9x^2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} -9x^2 = -\infty$

(2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^5 + 3x^2 + x}{-10x^5 - x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^5}{-10x^5} = -\frac{5}{10} = -\frac{1}{2}$

(3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-5x^3 - 4x + 12) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -5x^3 = +\infty$

(4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{20x^3 - 7x^2 + x}{10x^4 - 3x - 6} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^6 + 2x^2 + 1}{x^3 + 3x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^6}{x^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^3 = +\infty$

(5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{20x^3 - 7x^2 + x}{10x^4 - 3x - 6} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{20x^3}{10x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{20}{10x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0^-$

$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x+1}{3x-9} = -\infty$ و بالتالي : $\lim_{x \rightarrow 3^-} 3x - 9 = 0^-$

$\lim_{x \rightarrow 4^+} -2x + 8 = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 4^+} x - 5 = -1$ (2)

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$-2x+8$	$+$	0	$-$

ومنه : $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x-5}{-2x+8} = +\infty$ و بالتالي : $\lim_{x \rightarrow 4^+} -2x + 8 = 0^-$

$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x-5}{-2x+8} = -\infty$ و بالتالي : $\lim_{x \rightarrow 4^+} -2x + 8 = 0^+$

تمرين 8: أحسب النهاية التالية : $\lim_{x \rightarrow 0^+} 3x + 7 + \frac{1}{\sqrt{x}}$

الجواب: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} 7 = 7$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} 3x = 0$

ومنه : $\lim_{x \rightarrow 0^+} 3x + 7 + \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$

تمرين 9: أحسب النهايات التالية : (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5x^4$ و (2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - x$

(3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x})$ (4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 1)^{2008} \times (x^3 + 1)^{2009}$ (5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 1) \times \frac{1}{x}$

أجوبة (1): $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5x^4 = 5 \times (+\infty) = +\infty$

(2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - x = +\infty - \infty$ نحصل عن شكل غ محدد من قبيل : $+\infty - \infty$

نرفع ال ش غ م مثلا بالتعميل :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} x(x-1)$

لدينا : $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - 1 = +\infty$

ومنه : $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - x = +\infty$

(3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 1)^{2009} = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 1)^{2008} = +\infty$ ومنه :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 1)^{2008} \times (x^3 + 1)^{2009} = -\infty$

(4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0^-$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 1) = +\infty$ نحصل عن شكل غ محدد من قبيل : $0^- \times \infty$

نرفع ال ش غ م مثلا بالنشر :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 1) \times \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x + \frac{1}{x} = +\infty + 0 = +\infty$

(5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\sqrt{x} = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$ نحصل عن شكل غ محدد من قبيل :

$+\infty - \infty$ نرفع ال ش غ م مثلا بالتعميل :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) = +\infty$

تمرين 10: أحسب النهايات التالية :

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|}$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x+7} + \frac{1}{x^2}$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{3x+7} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

أجوبة (1): لدينا : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{3x+7} = \frac{1}{7}$

ومنه : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{3x+7} + \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$

(2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x+7} + \frac{1}{x^2} = 0$ ومنه : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x+7} = 0$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|} = +\infty$ ومنه : $\lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0^+$

تمرين 11: أحسب النهايات التالية : (1) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4x-5}{\sqrt{x}}$ (2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$

تمرين 3: أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-7}{x} \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12}{x^2} \quad (6) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4}{x^5} \quad (5) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-9}{x^2} \quad (9) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6}{x} \quad (8) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3}{x} \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2}{x^2} \quad (12) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8}{x^5} \quad (11) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3}{x} \quad (10)$$

تمرين 4: أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^4 \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -5x^2 \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^5 \quad (6) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} 8x^5 \quad (5) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{2}x^2 \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{3}x^3 \quad (9) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} -4x^4 \quad (8) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -6x^4 \quad (7)$$

$$(12) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^3 + \frac{2}{x} - 3 \quad (11) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -7x^9 \quad (10)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^5 + \frac{-7}{x} + 1 \quad (13) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} 7x^3 + \frac{1}{x} + 2$$

تمرين 5: أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -6x^3 - 7x + 2 \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -5x^2 + 3x + 4 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - x + 9 \quad (4) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -6x^5 + 7x + 9 \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - x^2}{x^4 + x - 1} \quad (6) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + x^2 + 2}{4x^3 + 5x - 1} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{10x^7 + x}{5x - 1} \quad (8) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^7 + x^2 + 2}{x^3 + x - 3} \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - x + 2}{x^4 + 2x + 6} \quad (10) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^8 - x}{9x^4 - 1} \quad (9)$$

تمرين 6: أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{x^2 - 100}{x - 10} \quad (5) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 3}{x - \sqrt{3}} \quad (7) \quad \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2 - 2}{x - \sqrt{2}} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x} \quad (10) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 1}{x^2 - 2x - 3} \quad (9) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 - 4x + 3} \quad (8)$$

تمرين 7: أحسب النهايات التالية: (1) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+1}{2x-4}$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+1}{2x-4}$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-3x + 1}{2x - 2} \quad (4) \quad \text{و} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x - 4}{-2x + 6} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x - 4}{-2x + 6} \quad (2)$$

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 + 4x^2 + 1}{x^8 - x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5}{x^8} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x^3} = 0^+ \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 1}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 1}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{x^2} = 3 \quad (7)$$

تمرين 16: أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -6x^3 - 7x + 2 \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -5x^2 + 3x + 4 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^7 + x^2 + 2}{x^3 + x - 3} \quad (4) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + x^2 + 2}{4x^3 + 5x - 1} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} -5x^2 + 3x + 4 = \lim_{x \rightarrow +\infty} -5x^2 = -\infty \quad (1) \quad \text{أجوبة:}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -6x^3 - 7x + 2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} -6x^3 = +\infty \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + x^2 + 2}{4x^3 + 5x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{4x^3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^7 + x^2 + 2}{x^3 + x - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^7}{x^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^4 = -\infty \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+7} \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x^2 + 4} \quad (1) \quad \text{تمرين 17:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x^2 + 4} = \sqrt{3 \times 2^2 + 4} = \sqrt{16} = 4 \quad (1) \quad \text{أجوبة:}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x + 7 = +\infty \quad \text{لأن} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+7} = +\infty \quad (2)$$

تمرين 18: أحسب النهايات التالية : (1) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{3x^2 + 22}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} |-x^2 + 2x - 7| \times \sqrt{x+1} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{3x^2 + 22} = \sqrt{3 \times 3^2 + 22} = \sqrt{49} = 7 \quad (1) \quad \text{أجوبة:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} |-x^2 + 2x - 7| \times \sqrt{x+1} = |-1^2 + 2 \times 1 - 7| \sqrt{1+1} = 6\sqrt{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} |-x^2 + 2x - 7| \times \sqrt{x+1} = |-6| \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

تمارين للبحث

تمرين 1: أحسب النهايات التالية : (1) $\lim_{x \rightarrow -1} 3 + x - 3x^2$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x^2 + 4} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x - 1}{3x^2 - x} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 3x + 6}{5x - 1} \quad (5) \quad \lim_{x \rightarrow 2} |-x^2 + 2x - 7| \times \sqrt{x+7} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2 + 2x - 1} \quad (8) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\frac{3}{2}x^3 + 4} \quad (7) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{5x - 1}{2x^2 - x}} \quad (6)$$

تمرين 2: أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-12}{x^4} \quad (4) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{9}{x^5} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-5}{x^3} \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} 3x + 7 + \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (6) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{\sqrt{x}} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3}{x^4} \quad (10) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-8}{x^5} \quad (9) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4}{x^3} \quad (8) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-3}{x} \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} -5x + 1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (12) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3}{\sqrt{x}} \quad (11)$$